ÉVALUATION & NOTATION – Aspects didactiques

1. L'illusion de la mesure et la notion de « valeur pour… »

1.1. Le verbe « évaluer » porte en lui deux éléments sémantiques intimement mêlés, qui l'un et l'autre importent à son emploi moderne, tel qu'on tentera d'en préciser le bon usage ici. Le *Dictionnaire historique de la langue française* (1993) indique à ce propos :

> *Évaluer* (…) s'emploie à partir du XIV^e^ s. avec le sens de « déterminer la valeur, le prix de (qqch.) » qu'il a conservé. Par extension, il signifie « fixer approximativement » (une quantité, une distance, etc.) ou « estimer » (les qualités, les chances d'une personne, fin XVIII^e^ s.). Il se dit (1870) pour « déterminer (une quantité) par le calcul ».

1.2. Écartant l'usage *mathématique* (évaluer l'expression $x^2 y$ lorsque $x = 1{,}2$ et $y = 2{,}7$, par exemple), soulignons d'abord la nuance d'imprécision qui nimbe l'idée d'évaluer : évaluer, c'est *estimer*. L'évaluation n'est pas une *mesure*, et cela même quand il s'agira, par exemple lors d'un conseil de classe, d'évaluer – d'attribuer une valeur – à une note chiffrée résultant d'un certain procédé de construction arithmétique, tel le calcul de la moyenne trimestrielle en telle discipline. La supposée « vraie note » poursuivie par les docimologues anciens [1] n'est que le fruit illusoire de la projection sur les pratiques scolaires de notation du modèle gaussien des erreurs de mesure – où l'on ne doute pas qu'il existe une distance *réelle*, un angle *vrai* que les opérations de l'astronome ou du géodésien cernent au mieux sans pouvoir l'atteindre à coup sûr, et qu'il s'agit alors de dégager, par valeurs approchées, de la série des mesures relevées.

1.3. L'élément de sens déterminant se trouve pourtant dans l'idée de *valeur* : évaluer, c'est estimer *la valeur*. On bute ici, au vrai, sur un premier obstacle que portent en elles les praxéologies courantes de l'évaluation : comme la « note vraie », *la* valeur n'existe pas. Une entité matérielle ou immatérielle n'a de valeur que par rapport à un *projet* individuel ou collectif. Que l'on songe à ces « évaluations » auxquelles on procède sans cesse dans la vie quotidienne : un instant de réflexion montre qu'elles sont contemporaines d'une mise en relation implicite avec un ou plusieurs usages sociaux supposés, qui en général demeurent flous, à peine esquissés, voire n'osent pas s'avouer comme tels, et dont l'« évaluateur » se situe souvent, de façon imaginaire, comme partie prenante. « La » valeur, en effet, c'est la valeur *pour* – pour réaliser un certain projet, actuel ou potentiel, dont la réalisation est en cours ou est envisagée pour plus tard et n'adviendra peut-être jamais. La valeur d'une « copie » d'élève, par exemple, ce sera donc sa valeur pour un certain projet individuel et/ou collectif – point de vue qui éloigne définitivement de l'aporie de la « vraie note », et que l'on s'efforcera d'expliciter dans les développements qui suivent.

2. Un schéma fondateur et sa portée

2.1. Le schéma essentiel est le suivant : le projet de base est celui d'apporter une réponse R à une question Q, situation qu'on peut décrire par la « formule » $S(X, Y ; Q) \rightarrowtail R$, où X est le collectif (éventuellement réduit à un individu) qui s'efforce d'élaborer la réponse R avec l'aide (et éventuellement sous la direction) du collectif Y (éventuellement réduit à un individu, s'il n'est pas vide). Par rapport à cette situation génératrice, l'évaluation trouve son lieu et son temps à deux niveaux. Le premier niveau est celui du rapport aux œuvres de la culture (mathématique et autre) que l'on connaît ou que l'on peut connaître, préalablement à la construction de R. Il arrive fréquemment, en effet, que l'enquête suscitée par le projet d'étudier Q révèle presque immédiatement l'existence, dans l'environnement institutionnel « proche », de réponses toutes faites, notées $R^\Diamond$ (« R poinçon »), en quelque sorte « estampillées » par une institution ou une autre (d'où leur notation), et à partir desquelles on s'efforcera de bâtir la réponse souhaitée, $R^\heartsuit$, réponse satisfaisant à *certaines contraintes* que l'on s'impose et/ou qui s'imposent – du fait, par exemple, du « programme d'études », P, propre au système didactique $S(X, Y ; P)$.

2.2. En ce premier niveau, cinq « gestes » sont à accomplir : il faut *observer* les réponses $R^\Diamond$, *analyser* ces réponses $R^\Diamond$, les *évaluer*, puis *développer* la réponse $R^\heartsuit$, qu'on sera ensuite amené à *diffuser & défendre*. Chacun de ces « gestes » appellerait d'assez longs commentaires. L'observation de réponses allogènes $R^\Diamond$, ainsi, est classiquement exclue du *topos* de l'élève dans la classe – du moins dans la

[1] Voir la notice *Évaluation & notation – Aspects institutionnels et historiques.*

classe de mathématiques. C'est au professeur, en effet, qu'il échoit de préparer – hors de la classe – la réponse $R^{\heartsuit}$ qui sera mise en place, et c'est donc lui qui est amené à *observer* les réponses $R^{\Diamond}$, à les *analyser,* à les *évaluer*, c'est-à-dire à reconnaître ce qui, en elles, pourrait bien avoir quelque *valeur* relativement à son projet de production d'une réponse $R^{\heartsuit}$ pour la classe. La mise en place subséquente, dans la classe, de la réponse $R^{\heartsuit}$ ainsi pré-produite par le professeur n'ouvre aux élèves qu'un *topos* limité, que la pratique des activités d'étude et de recherche (AER) enrichit pourtant sur des points essentiels, notamment lorsque la mobilisation et l'exploitation de « milieux » adéquats à l'étude poursuivie est confiée à la classe, et non décidée à l'avance par le professeur seul.

2.3. Lorsque, par contraste, le *topos* des élèves s'élargit à la recherche et à l'étude de réponses $R^{\Diamond}$, on bute alors, faute d'une culture didactico-mathématique adéquate, sur différents problèmes également cruciaux. Outre l'*analyse* de $R^{\Diamond}$, qui ne va nullement de soi, on ne saurait trop souligner la difficulté – liée notamment à la nouveauté du geste, mais pas seulement – d'*évaluer* $R^{\Diamond}$ dans la perspective de la conception et de la construction de $R^{\heartsuit}$. Une telle évaluation, en effet, suppose souvent, en tout premier lieu, une *valorisation* de la réponse $R^{\Diamond}$ regardée comme au service de l'élaboration de $R^{\heartsuit}$.

2.4. Le schéma rappelé est, on l'a dit, générique. Il régit notamment les situations de classe les plus communes : le professeur a proposé – peut-être à la suggestion d'élèves, ou en s'inspirant de leurs questionnements – la recherche d'un *problème*, qui se ramène, élémentairement, à l'étude d'une question Q. Individuellement ou en équipes, les élèves apportent leur contribution à l'effort collectif entrepris en faisant connaître des réponses $R^{\Diamond}$, ou des fragments de telles réponses. La première exigence, ici, est d'analyser ces réponses et, sur cette base, d'en tenter la valorisation – avant toute évaluation proprement dite – dans la perspective d'élaboration d'une réponse $R^{\heartsuit}$ *de la classe* (laquelle s'identifie grosso modo, dans l'organisation traditionnelle du travail de la classe, à la réponse qui sera explicitée dans le *corrigé* du problème proposé). C'est alors que la culture didactique de la classe est soumise à une double épreuve : celle d'être capable de produire *d'abord* une analyse suffisante des réponses $R^{\Diamond}$; celle, corrélative, de différer l'évaluation *proprement dite* de ces réponses, alors même que la culture scolaire dominante tend à amalgamer une ébauche d'analyse avec une parodie d'évaluation en un verdict brutal – que celui-ci approuve ou écarte.

2.5. Contre le réflexe qu'on vient d'évoquer – trancher quant à la valeur de telle ou telle proposition de réponse –, on s'emploiera à respecter cette ascèse que les anciens Grecs nommaient *epochè*, ou *suspension de jugement*. Selon une formulation fameuse de Spinoza (1632-1677) dans son *Traité politique* (1670), il faut « ne pas railler, ne pas déplorer ni maudire, mais comprendre » (*non ridere, non lugere, neque detestari, sed intellegere*). L'évaluation doit venir *à son heure*, en créant de judicieuses relances, au double plan individuel et collectif, dans le processus d'étude. L'ascèse de l'*epochè* et la dialectique subtile entre suspension de jugement et verdict évaluatif sont de mise en particulier lorsqu'un élève x va « au tableau » défendre et illustrer sa réponse R_x (ou celle de l'équipe dont il est membre). En un tel cas, qui fait le quotidien de la vie et du travail en classe, la classe va, sous la direction du professeur, observer la réponse R_x, l'analyser, et *enfin* l'évaluer, en la regardant comme une réponse $R^{\Diamond}$ dont *pourrait* se nourrir la construction de la réponse $R^{\heartsuit}$ qui doit être « développée » par la classe. On notera ici que, non seulement l'évaluation *n'est pas première*, mais qu'elle portera prioritairement *sur* R_x, non *sur la maîtrise* que x possède de R_x (maîtrise qui n'importe guère que dans la mesure où son insuffisance pourrait gêner le travail collectif d'observation, d'analyse et d'évaluation de R_x). L'évaluation *de la maîtrise qu'aura x (ou quelque autre élève de la classe)* de la réponse $R^{\heartsuit}$ relève d'une autre temporalité, d'un temps qui viendra à son heure, après que $R^{\heartsuit}$ aura été non seulement « développée », mais aussi « défendue & illustrée » dans la classe.

3. L'évaluation et le travail de la classe

3.1. Les remarques qui précèdent valent aussi bien à propos des travaux donnés à faire *hors classe*, d'une séance à l'autre, travaux que le professeur ne vise pas exhaustivement mais dont quelques-uns donneront lieu à défense & illustration devant la classe. Ces remarques valent encore s'agissant des DM (« devoir à la maison ») et des DS (« devoir surveillés », ou contrôles), qui font en principe l'objet d'un examen exhaustif de la part du professeur. Ces types de travaux demandés aux élèves appellent toutefois des remarques spécifiques. Avant d'y venir, toutefois, on précisera ce qu'est le second niveau en lequel se joue la question de l'évaluation, celui du rapport aux œuvres de la culture à partir du moment où la réponse $R^♥$ a été, pour l'essentiel, construite.

3.2. Les matériaux fournis par l'observation, l'analyse, l'évaluation de réponses $R^◊$ servent à bâtir la réponse $R^♥$ visée plus ou moins précisément. Une telle réponse $R^♥$ est, sinon toujours une praxéologie « complète », du moins un « ingrédient » praxéologique devant s'intégrer à terme dans une praxéologie complète. Sa construction se structure en différents *moments d'étude* ayant pour objet les différentes composantes d'une praxéologie qu'on peut supposer *locale*, c'est-à-dire de la forme $O = [T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{1\leq i\leq n}$. Plus précisément, étant donné une organisation mathématique ponctuelle $O_i = [T_i/\tau_i/\theta_i/\Theta_i] \subset O$, où θ_i et Θ_i sont les « parties » de θ et Θ permettant de justifier le bloc $[T_i/\tau_i]$, on distingue le moment *de la première rencontre* avec le type de tâches T_i ; le moment *exploratoire*, qui conjugue *l'exploration* du type de tâches T_i et *l'émergence de la technique* τ_i ; le moment *technologico-théorique*, qui voit *la création du bloc* $[\theta_i/\Theta_i]$; le moment *du travail* de l'organisation mathématique créée, et en particulier *de la technique*, où *l'on fait travailler* les éléments de l'organisation mathématique ponctuelle élaborée pour s'assurer qu'ils « résistent » (et, le cas échéant, pour les améliorer), et où, en même temps, on *travaille sa maîtrise* de cette organisation mathématique, et en particulier de la technique τ_i ; le moment *de l'institutionnalisation*, où l'on *met en forme* l'organisation mathématique $[T_i/\tau_i/\theta_i/\Theta_i]$, en précisant chacun de ses composants, et en l'amalgamant à l'organisation déjà institutionnalisée, ce qui aboutit à une *synthèse* nouvelle ; le moment *de l'évaluation*, où l'on apprécie sa maîtrise de l'organisation mathématique créée, mais aussi où l'on évalue cette organisation mathématique elle-même, ce qui pourra conduire à retoucher la synthèse élaborée. Chacun de ces moments, rappelons-le aussi, peut se réaliser en *plusieurs fois*, non seulement parce que l'on procède par épisodes *limités dans le temps*, mais aussi parce que, par exemple, un épisode de travail de la technique peut conduire à retoucher l'organisation mathématique mise en place (et donc éventuellement à vivre un nouvel épisode technologico-théorique), et en tout cas à envisager un autre épisode d'institutionnalisation, si bref soit-il.

3.3. Contre les contrats didactiques encore dominants, qui enferment l'évaluation de l'organisation mathématique $O = [T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{1\leq i\leq n}$ enfin construite dans le *topos* du professeur agissant hors la présence des élèves, on tentera de redonner à la classe, et à chacun des élèves, sa place dans ce processus d'évaluation. Considérant momentanément la réponse $R^♥$ envisagée (qui participe de la construction de O) comme une réponse $R^◊$, la classe sera amenée à l'observer et à l'analyser – en vue de l'évaluer – en l'examinant sous divers angles que les questions ci-après résument.

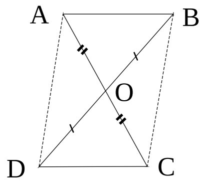
1. Que sont les types de tâches travaillés dans la séquence ? Y sont-ils clairement dégagés et bien identifiés ?
2. Quelles sont les raisons d'être des types de tâches travaillés ? Sont-elles explicitées ? Comment ?
3. Quelle pertinence ont les types de tâches travaillés en tant qu'outils d'études pour l'année en cours ? Pour les années à venir ? Pour d'autres disciplines ?
4. Que sont les techniques associées aux types de tâches travaillés ? Sont-elles faciles à utiliser ? Quelle est leur portée ? Sont-elles fiables ? Qu'en est-il de leur intelligibilité ? Quel est leur avenir ? Quelles évolutions devront-elles subir pour perdurer ?
5. Comment les techniques travaillées sont-elles justifiées ? Y a-t-il des énoncés technologiques ou théoriques qui soient considérés comme « évidents » ou « bien connus » ? Les formes de justification utilisées sont-elles proches des formes habituelles en mathématiques ? Ont-elles valeur d'explication ? Les résultats technologiques rendus disponibles sont-ils effectivement exploités ?

3.4. Pour répondre à une telle interrogation, on pourra notamment confronter la réponse $R^♥$ élue à d'autres réponses $R^◊$, proposées par exemple dans des manuels, des ouvrages d'exercices et de problèmes commentés, etc. Ayant ainsi, en 5^e^, étudié le parallélogramme, on pourra mettre le fruit du travail ainsi accompli à l'épreuve de la compréhension de la page ci-après d'un manuel autrefois en usage (D. Berlion & F. Claustre, *1^er^ en mathématiques 5^e^*, Hachette Éducation, 1995).

3.5. Revenons à l'évaluation du travail de l'élève x. Un tel travail présente, à telle question Q à étudier, une réponse R_x qu'il convient de situer dans le *projet collectif* de la classe : construire une réponse $R^♥$ (consistant par exemple en un fragment de praxéologie ponctuelle) destinée à nourrir la construction par la classe de certaines organisations mathématiques commandées par le programme de la classe. C'est de ce point de vue qu'il convient d'évaluer le travail présenté, le principe de sa valeur se trouvant dans ce que la réponse R_x peut apporter *au projet didactique de la classe*.

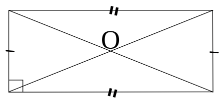
Parallélogrammes

Retiens bien !

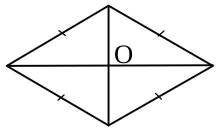


• Un quadrilatère ABCD est un parallélogramme si ses diagonales se coupent en leur milieu. Les points A et C ainsi que les points B et D sont symétriques par rapport au milieu O. Les segments [AB] et [CD] sont portés par des droites parallèles et sont de même longueur.

• Un rectangle est un parallélogramme ayant deux côtés perpendiculaires. Ses diagonales sont de même longueur.



• Un losange est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même longueur. Ses diagonales sont perpendiculaires.



Entraîne-toi !

❶ Construis un triangle quelconque ABC et un point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

❷ Construis un parallélogramme ABCD. O est l'intersection des diagonales et le centre de symétrie. Soit M un point quelconque de [AB] et N un point quelconque de [BC]. La droite (OM) coupe (CD) en P et la droite (ON) coupe (AD) en Q. Construis les symétriques de M et de N par rapport à O. Que remarques-tu ? Pourquoi peut-on dire que le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme ?

❸ Dessine un parallélogramme ABCD, puis un autre parallélogramme AEFD. Pourquoi le quadrilatère EBCF est-il un parallélogramme ?

3.6. Une telle problématique suppose bien évidemment des objectifs qu'aura dégagés l'étude du programme, formulés en termes de praxéologies mathématiques à construire et à maîtriser. Soulignons que ces objectifs d'étude, de recherche et de formation ne sauraient être précisés que *progressivement* – et non pas en totalité *au démarrage de l'étude*. Il n'est pas possible par exemple d'expliciter *a priori*, d'emblée, ce que sera la praxéologie $[T_i/\tau_i/\theta/\Theta]_{1\leq i\leq n}$ qu'on s'accordera à construire, dans une classe de 5^{e}, en réponse aux prescriptions du programme (reproduites ci-après) relatives à l'étude du parallélogramme.

Contenus
Parallélogramme.

Compétences exigibles
Connaître et utiliser une définition du parallélogramme et des propriétés relatives aux côtés, aux diagonales et aux angles.
Relier les propriétés du parallélogramme à celles de la symétrie centrale.
Calculer l'aire d'un parallélogramme.

Commentaires
Le travail entrepris sur le parallélogramme et la symétrie centrale aboutit ainsi à des énoncés précis que les élèves doivent connaître. Des séquences déductives pourront s'appuyer sur ces énoncés.
L'aire du parallélogramme pourra être reliée à celle du rectangle.

3.7. Dans le cadre d'un devoir rédigé et *noté* (DM, DS, etc.), un élément non négligeable indiquant l'importance accordée *a priori* par le professeur – qui peut le négocier –, dans le cadre d'un projet collectif d'étude toujours en construction, à tel « problème » dont se compose ce devoir, voire à différentes parties de ce problème, est constitué par le dispositif du *barème* [2]. Savoir que telle

[2] Le mot de *barème* est la reprise, avec altération graphique, d'un *nom propre*, celui de François Barrême (1638-1703), expert auprès de la Chambre des comptes de Paris et auteur d'un ouvrage qui eut un immense et durable succès attesté par de nombreuses éditions : *Le livre des comptes-faits* (1670), « où l'on trouve les Supputations qui se font par les Multiplications, pour la valeur de quelque chose que l'on puisse s'imaginer, & à telles sommes qu'elles puissent monter. Ouvrage très utile à tous Trésoriers, Officiers, Entrepreneurs, Négociants, & même à ceux qui ne savent pas l'Arithmétique ». Cette origine,

« partie » est notée sur 5 alors que telle autre l'est sur 3 *signifie* une différence quant à la valeur reconnue provisoirement à chacune de ces parties pour la construction dans laquelle les résultats du travail demandé s'intègreront. Un tel barème, bien entendu, ne saurait être qu'approximatif, mais il le sera d'autant moins que l'on se rapprochera de l'aboutissement de la construction globale engagée. On notera en revanche que l'usage d'un barème – plutôt que la référence à un projet partagé de développement – se révèle à l'observation ne pas constituer un rempart efficace contre les écarts de notation entre correcteurs [3].

4. Correction et erreurs

4.1. Le principe fondamental, on l'a souligné, est que la valeur d'une production d'élève ou d'équipe d'élèves tient dans ce qu'elle apporte au projet didactique de la classe. Cela conduit le professeur à porter son regard, *en premier lieu*, non sur la « réunion » des échecs des élèves, mais bien sur la réunion *de leurs réussites*. À partir des différentes réponses $R^{\lozenge} = R_x$ (dont plusieurs pourront être en partie – voire en totalité – erronées) qui sont apportées par les différentes équipes composant la classe en cette occasion à telle question Q proposée en un DM par exemple, la classe tirera, sous la direction du professeur, une réponse commune, $R^{\heartsuit}$, qui sera consignée par écrit avant de donner lieu à un examen visant à enrichir la synthèse de divers apports.

4.2. La « correction » en classe d'un DM ou d'un DS répond à un schéma qu'une note due au groupe de mathématiques de l'Inspection générale de l'éducation nationale (27 mars 1997), *Les travaux écrits des élèves en mathématiques au collège et au lycée*, brosse avec vigueur :

> … les travaux individuels de rédaction (et notamment les « devoirs à la maison »), dont les fonctions sont multiples (…) peuvent et doivent prendre des formes variées (résolution individuelle, ou en petits groupes, d'un problème comportant éventuellement des questions ouvertes et aboutissant à une rédaction individuelle, compte rendu et synthèse d'une séance de travaux dirigés, recherche d'exemples, constitution d'un dossier sur un thème donné, mise au point et rédaction de solutions d'exercices dont l'étude a été engagée en classe…). Ils font l'objet d'une rédaction individuelle sur copie, d'une correction détaillée des copies par le professeur, et d'un rapport de correction destiné notamment à rectifier les erreurs les plus courantes et à dégager les méthodes essentielles.

Dans la perspective ouverte jusqu'ici, le *rapport de correction* établi par le professeur à propos d'un DM ou d'un DS doit recenser *l'ensemble* des aspects significatifs, soit positifs, soit négatifs, en mettant en avant, en règle générale, ce fait que l'activité collégiale de la classe produit des matériaux qui devraient normalement permettre de fabriquer une réponse $R^{\heartsuit}$ de bon aloi. Ce rapport de correction, à la charge du professeur, se sera construit dans une dialectique avec la correction et la notation des copies (si notation il y a), la note assignée à la copie de x devant être en consonance avec l'apport estimé de cette copie au projet collectif.

4.3. Il convient de s'arrêter brièvement sur la question des *erreurs*. Dans un projet de progrès collectif et individuel, une erreur d'un type donné est en principe vouée à disparaître : à cet égard, on jugera la réussite du professeur au fait qu'elle disparaisse effectivement, et, plus encore, au fait que, quelques semaines ou quelques mois après, l'élève ne se souvienne plus avoir jamais commis cette erreur-là, et même se demande comment il est possible de se tromper ainsi ! Une mise en garde doit à cet égard être formulée concernant l'emploi officiellement préconisé des résultats des évaluations conduites par le ministère de l'Éducation nationale [4]. L'élève de décembre n'est déjà plus identique – au plan mathématique, et souvent aussi au plan humain – à l'élève de septembre. Les maladresses et les erreurs révélées par l'évaluation nationale auront peut-être disparu ; à tout le moins auront-elles

---

jointe à l'incertitude de l'orthographe ancienne des noms propres, expliquent peut-être les vacillations de certains auteurs actuels, que l'on se gardera d'imiter.

[3] Dans sa *Sociologie de l'évaluation scolaire* (PUF, 1998), Pierre Merle écrit ainsi (*op. cit.*, p. 12) : « … l'utilisation d'un barème de notation au point près, voire au demi-point près, ne constitue pas une garantie de précision de la correction. De fait, les écarts de notation peuvent être nuls ou très limités entre les correcteurs sur des questions notées sur deux ou trois points ; et inversement, une grande incertitude peut caractériser la notation d'une question sur un point, voire un demi-point. »

[4] La première évaluation diagnostique fut réalisée en septembre 1989 : elle concernait tous les CE2 et toutes les 6es de France. Ces évaluations concerneront la classe de 2de en 1992 (jusqu'en 2001 seulement), puis la classe de 5^{e} à partir de septembre 2002.

changé de statut. Il serait maladroit, au double point de vue psychologique et didactique, d'arrêter l'élève dans son évolution en lui imputant échecs et erreurs *d'autrefois*. Bref, la prise d'information doit être *renouvelée* : on recourra pour cela au dispositif du *test d'entrée*, présenté dans la notice *Le temps de l'étude* et sur lequel on ne revient donc pas ici.

4.4. Plusieurs additifs doivent être faits à la remarque précédente, qui conduit à prendre ses distances avec une insistance malsaine sur les « erreurs des élèves ». L'erreur peut être due à une *technique peu fiable*, et à ce titre critiquable, promise à être modifiée afin d'être moins productrice d'erreurs. Ainsi est-il peu niable que la technique de changement d'unités usuellement enseignée en France encore aujourd'hui est moins fiable que les techniques intégrant les unités dans les calculs. Pour « convertir » 1,25 g/cm^3 en kg/m^3, ainsi, un manuel de 3^e propose cette « solution » :

– On convertit l'unité de masse : 1,25 g = 0,001 25 kg donc 1,25 g/cm^3 = 0,001 25 kg/cm^3.

– On convertit l'unité de volume : 1 m^3 = 1 000 000 cm^3.

0,001 25 × 1 000 000 = 1 250

donc 0,001 25 kg/cm^3 = 1 250 kg/m^3.

– On conclut : 1,25 g/cm^3 = 1 250 kg/m^3.

Par contraste, la technique « avec unités » donne ceci :

$$1{,}25\ \text{g/cm}^3 = \frac{1{,}25\ \text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{1{,}25 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{(10^{-2}\ \text{m})^3} = \frac{1{,}25 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{10^{-6}\ \text{m}} = \frac{1{,}25 \times 10^{3}\ \text{kg}}{\text{m}} = 1250\ \text{kg/m}^3.$$

De même, la technique « anglo-saxonne », plus rudimentaire mais très sûre, conduit à écrire :

$$1{,}25\ \text{g/cm}^3 = \frac{1{,}25\ \text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{1{,}25\ \text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}} \times \frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}} \times \frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}} \times \frac{100\ \text{cm}}{1\ \text{m}} = \frac{1{,}25 \times 1000\ \text{kg}}{\text{m}^3} = 1250\ \text{kg/m}^3.$$

On voit ici, au reste, que l'erreur peut avoir sa racine dans une *technologie* inappropriée. A-t-on le « droit » de simplifier par kg, se demandera l'élève ? Ce symbole, au demeurant, est-il sécable (ce qui permettrait de simplifier par g ou par k) ou insécable (ce qui ne permet de simplifier que par kg) ? Les propriétés – et donc la « valeur » – d'une technique dépendent ainsi des propriétés de sa *technologie*.

4.5. D'une façon générale, l'erreur ne doit pas être regardée d'abord et seulement comme révélatrice d'une « propriété » momentanée de l'élève, mais comme la mise au jour par l'élève d'une « propriété » momentanée de la praxéologie mathématique que, *hic et nunc*, il s'efforce de mettre en œuvre ou de faire émerger. Elle révèle parfois, non pas une erreur proprement dite, mais un *échec* technico-technologique, éventuellement provisoire. Supposons ainsi un élève qui, familier des équations du *premier* degré, rencontre pour la première fois une équation du *second* degré, en l'espèce la suivante : $x^2 - 3x + 2 = 0$; mû par un *habitus* anciennement constitué, il écrit ceci $(x - 3)x = -2$ puis passe à : $x = \dfrac{-2}{x-3} = \dfrac{2}{3-x}$. Peut-être pensera-t-il un instant avoir ainsi résolu l'équation proposée : on le détrompera ! Mais une analyse *objectivante* (et non pas *subjectiviste*) de son « œuvre » conduira, positivement, à la regarder comme l'amorce d'une technique hypothétique qui, pour le moment, et dans les conditions où l'on opère, ne peut pas aboutir [5].

4.6. Le travail sur les erreurs est au fond justifié *lorsqu'il ouvre une voie de progrès* qui s'intègrera au projet didactique collectif, et non pour « faire disparaître » l'erreur constatée – qui pourra disparaître d'elle-même avec l'avancée du travail de formation, sans traitement spécifique. Un élève de 4^e a écrit : $1/3^4 = 3^{-4} = 0{,}0003$. Que s'est-il passé ? L'*habitus*, ancien, est ici de donner une expression *décimale* d'un résultat numérique : voilà la cause agissante que l'erreur révèle. En ce cas encore la

---

[5] À un autre niveau d'élaboration mathématique, on pourra voir là, en effet, le point de départ d'une des techniques les plus précieuses qui soient : la technique du *point fixe*. Posons ici $x = \dfrac{2}{3-x}$; en partant de $x_0 = 0$, on aura par exemple (à l'aide d'un tableur) : 0,66666667 ; 0,85714286 ; 0,93333333 ; 0,96774194 ; 0,98412698 ; 0,99212598 ; 0,99607843 ; 0,99804305 ; 0,99902248 ; 0,99951148 ; 0,9997558 ; 0,99987791 ; 0,99993896 ; 0,99996948 ; 0,99998474 ; 0,99999237 ; 0,99999619 ; 0,99999809 ; 0,99999905 ; 0,99999952 ; 0,99999976 ; 0,99999988 ; 0,99999994 ; 0,99999997 ; 0,99999999 ; 0,99999999 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; …

« correction » (collective !) ne pourra sans doute pas faire apparaître ce qu'il y a de mathématiquement *fort* derrière ce fourvoiement : comme il en va du nombre 10^{-4} en base 10, *en base* 3 le nombre 3^{-4} s'écrit 0,0001, puisque en ce cas 0,0001 = $0 + \frac{0}{3^1} + \frac{0}{3^2} + \frac{0}{3^3} + \frac{1}{3^4}$. Mais elle devra revenir aux faits suivants, qui trouveront éventuellement un écho dans la synthèse : 1) tout nombre n'a pas forcément d'écriture décimale finie, c'est-à-dire tout nombre n'est pas forcément un *décimal* : si $a = \frac{1}{3^4}$ était décimal (comme on le suppose en l'égalant à 0,0003), il en serait ainsi de $27a = \frac{1}{3}$, ce qu'on sait n'être pas le cas, etc. ; 2) tout calcul doit être vérifié à l'aide d'une calculatrice ; or ici la calculatrice affiche ceci : 0,012345679012 ; 3) une vérification grossière, à la main, est souvent possible et utile : on a $\frac{1}{3^4} = \frac{1}{9 \times 9} \approx \frac{1}{10 \times 10} = 0{,}01$, ce qui est très supérieur à 0,0003.

4.7. Dans le cas qu'on vient d'examiner, comment noter ? La réponse dépend de la position didactique de la classe par rapport à la question traitée. Ou bien ce qui vient d'être indiqué est bien connu par « la classe », mais non par tel élève : en ce cas, ce dernier devra être pénalisé – par le retrait d'une fraction des points prévus d'autant plus petite que l'enjeu didactique du contrôle sera plus clairement la maîtrise du calcul sur des puissances, et non pas la maîtrise de la distinction décimal / non-décimal (ou encore l'usage de la calculatrice à des fins de contrôle de ses résultats). Ou bien il s'agira là d'une erreur touchant un type de tâches *non encore travaillé* (à tort ou à raison), celui de *l'écriture décimale éventuelle d'une puissance*. En ce cas, l'erreur produite sera surtout regardée comme un point d'entrée dans l'étude de ce type de tâches, dont, ultérieurement, la synthèse se fera alors clairement l'écho : pour l'élève « fautif », on se bornera en conséquence à un avertissement sans frais.

5. DM et DS

5.1. La construction d'un DS ou d'un DM propose des difficultés qu'il convient d'aborder à la lumière des principes et repères établis jusqu'ici, complétés par des notions simples sur lesquelles on s'arrête ici brièvement. On désigne par *zone d'étude normale* (ZEN) l'ensemble des types de problèmes relevant des organisations mathématiques élaborées en classe. On distingue de la ZEN la ZEP, *zone d'étude proche*, ensemble (flou) des types de problèmes que les praxéologies mathématico-didactiques de la ZEN permettent de résoudre moyennant une petite aide de l'énoncé. (Par contraste, on distinguera la ZEL, zone d'étude *lointaine*, dans laquelle on ne devrait pas pénétrer à l'occasion d'un DM ou d'un DS.)

5.2. On illustrera ces notions sur un exemple choisi volontairement hors des programmes français actuels. Dans le cadre du thème d'études « PPCM & PGCD », il s'agit du sujet d'étude qu'on peut énoncer sous la forme de la question suivante : « Comment déterminer les solutions rationnelles d'une équation algébrique à coefficients rationnels ? » Le résultat technologique clé est ici le suivant : « Si $P(X) = a_0X^n + \ldots + a_n$ est un polynôme à coefficients entiers relatifs, les racines rationnelles de P sont de la forme $\frac{p}{q}$, où p divise a_n et q divise a_0. » Un corollaire immédiat est le suivant : « Si $P(X) = a_0X^n + \ldots + a_n$ est un polynôme à coefficients entiers relatifs, une condition nécessaire pour que l'entier p soit une racine de P est que p divise a_n. » Voici alors ce que pourrait être un problème de *contrôle* : ses questions sont dans la ZEN, à l'exception de la question 4, qui appartient à la ZEP (mais non à la ZEL).

Lycée Jules Gal
2^de^ 7

Devoir de contrôle n° 3

I. Solutions rationnelles d'une équation

1. Décrire la technique permettant de rechercher les solutions rationnelles éventuelles d'une équation à coefficients entiers.

Corrigé. Pour rechercher les racines rationnelles éventuelles de l'équation $a_0X^n + \ldots + a_n = 0$, on examine la valeur du premier membre sur l'ensemble fini des rationnels $\frac{p}{q}$ où p divise a_n et q divise a_0 : les solutions rationnelles éventuelles se trouvent parmi cet ensemble.

2. Utiliser cette technique pour déterminer les racines entières éventuelles de l'équation suivante : $x^5 + 3x^4 - 2x - 6 = 0$. (♥)

Corrigé. Dans le cas de l'équation étudiée, les solutions rationnelles éventuelles sont entières (puisque le coefficient directeur est 1). Les entiers qui divisent 6 sont ±1, ±2, ±3, ±6. Parmi ces valeurs, le calcul ne donne pour racine entière du polynôme considéré que l'entier –3 (voir ci-après). L'équation possède dont une unique racine rationnelle, à savoir –3.

3. En observant qu'on a $x^5 + 3x^4 - 2x - 6 = x^4(x + 3) - 2(x + 3)$, déterminer les autres solutions réelles de l'équation (♥).

Corrigé. On a $x^4(x + 3) - 2(x + 3) = (x + 3)(x^4 - 2)$, et donc : $x^5 + 3x^4 - 2x - 6 = (x + 3)(x^4 - 2)$. Les solutions réelles autres que 3 de l'équation étudiée sont les solutions de l'équation $x^4 = 2$, soit les nombres $\sqrt{\sqrt{2}}$ et $-\sqrt{\sqrt{2}}$.

4. Déduire de ce qui précède que le nombre réel $\sqrt{\sqrt{2}}$ est irrationnel.

Corrigé. $\sqrt{\sqrt{2}}$ étant solution de l'équation mais n'étant pas une solution rationnelle de cette équation, on peut conclure que $\sqrt{\sqrt{2}}$ est un nombre réel irrationnel.

5.3. L'incursion dans la ZEP a un coût : lors du travail de « correction » de ce contrôle, la classe enregistrera, dans la synthèse relative au thème « PPCM & PGCD », un nouveau type de tâches, à l'étude duquel on donnera toutefois une extension limitée : « Déterminer si un nombre, donné par une expression formée à partir d'entiers relatifs à l'aide des quatre opérations et de l'élévation à une puissance rationnelle, est irrationnel. » Par contraste avec ce qui précède, on ne devrait pas voir ceci, qui – au niveau supposé – relèverait de la ZEL.

Lycée Jules Gal
2^de^ 4

Devoir de contrôle n° 3

II. Démonstrations d'irrationalité

Démontrer que le nombre réel $a = \sqrt[3]{2}+\sqrt{3}$ est irrationnel.

Solution. L'égalité $a = \sqrt[3]{2}+\sqrt{3}$ entraîne que $(a-\sqrt{3})^3 = 2$. Comme $(a-\sqrt{3})^3 = a^3-3\sqrt{3}a^2+9a-3\sqrt{3}$, l'égalité précédente s'écrit : $a^3+9a-2 = 3\sqrt{3}(a^2+1)$. Cette dernière égalité entraîne à son tour l'égalité $(a^3+9a-2)^2 = 27(a^2+1)^2$, qui s'écrit : $a^6 + \ldots - 23 = 0$. Les seules solutions rationnelles possibles sont donc ±1 et ±23 ; comme $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3} \in]2 ; 4[$, on a $a \neq \pm1, \pm23$, et donc $a \notin \mathbb{Q}$.

5.4. Le bon calibrage des tâches proposées dans un DS ne dépend pas de l'« intuition » du professeur mais de *prises d'information* qu'il aura multipliées. Il convient en tout premier lieu que les tâches proposées relèvent de *types* de tâches *effectivement étudiés en classe* – autrement dit, et sauf exception, se situent dans la ZEN. Mais il faut encore que le professeur se soit assuré de la maîtrise progressive par les élèves des organisations mathématiques construites autour de ces types de tâches. Pour cela, il devra conjuguer *l'observation et l'analyse cliniques* – en principe *sans évaluation* – du travail ordinaire de la classe avec des prises d'information réalisées dans des conditions d'autonomie plus proches de celles propres à un devoir de contrôle, telles des *micro-épreuves* ou des mini-épreuves [6] qui permettront une évaluation (notée ou non) de la part du professeur et une *auto-évaluation* de la part de

[6] Au collège en particulier, on pourra parler de *micro-épreuve* pour désigner une « interrogation écrite courte » de 10 minutes, de *mini-épreuve* pour un « interrogation écrite courte » de 20 à 30 minutes, enfin d'*épreuve*, tout court, lorsque la durée est supérieure à la demi-heure. Il est judicieux, pour scander et impulser adéquatement l'effort didactique de la classe, de prévoir dans l'emploi du temps *hebdomadaire* un créneau fixe (par exemple le jeudi de 10 h 50 à 11 h 10) pour ce qui serait alternativement une micro-épreuve et une mini-épreuve – hormis les semaines où est programmé un DS.

l'élève, relançant en cela le projet collectif d'étude et préparant la classe à s'affronter au devoir de contrôle.

5.5. La part de l'épreuve située en ZEP engendre une plus grande incertitude, même si celle-ci peut être réduite par l'observation et l'analyse du travail effectué en classe et en DM. En tout état de cause, les tâches relevant de la ZEP ne devraient occuper qu'une place réduite dans le contrôle. On notera que, en sens inverse, lorsqu'un devoir de contrôle se situe entièrement dans la ZEN, il n'est pas anormal que rien de substantiellement neuf n'y émerge : en un tel cas, le travail réalisé par la classe en cette occasion peut n'apporter aucun matériau nouveau à la synthèse. Deux observations s'imposent cependant. Tout d'abord, le fait ne pas modifier la synthèse à l'issue d'un DS doit apparaître, non comme une décision par défaut, presque automatique, mais comme la conclusion d'un examen explicite fait par la classe sous la direction du professeur. Ensuite, il est rare que tous les élèves d'une classe aient accompli de manière entièrement satisfaisante toutes les tâches proposées. On peut donc prendre des dispositions pour compléter l'étude sur les points les moins réussis. Cela pourra se faire par exemple sous la forme d'un DM suivi d'un micro-contrôle, ou simplement d'un micro-contrôle dont le programme sera alors clairement annoncé et justifié.

5.6. Les DM relèvent en principe des mêmes règles que les DS, qu'ils précèdent dans le temps de l'étude. À la différence des devoirs de contrôle, cependant, ces travaux ne sont pas « surveillés » et ne se font pas en « temps limité » : ils sont accomplis dans des conditions de ressources *a priori* « illimitées », ce qui, au désespoir ou au scandale de beaucoup de professeurs, inclut la possibilité de recopier le devoir d'un camarade. Contre ces pratiques, on peut décider que le DM fera *l'objet d'un contrôle*, sous la forme d'une micro-épreuve, par exemple selon le calendrier suivant, qui n'est bien sûr qu'indicatif [7].

1. Chaque *jeudi*, hormis les semaines précédant un contrôle, les élèves reçoivent l'énoncé d'un DM et l'examinent rapidement sous la direction du professeur.
2. Une *foire aux questions* relative au DM a lieu lors de la séance du *lundi suivant*.
3. Les élèves rendent leur DM le *jeudi qui suit*, et sont soumis aussitôt à une *micro-épreuve de contrôle* (10 min) portant sur une question du DM (ou à une mini-épreuve dont une partie porte sur le DM).
4. La *correction* en classe du DM (incluant une reprise appropriée de la synthèse relative aux thèmes d'étude concernés) est faite le *lundi d'après*.
5. Une ou plusieurs questions du DM pourront réapparaître dans le DS qui clora l'étude du ou des thèmes concernés.

On retrouve ici le principe d'un dispositif tout classique : lorsqu'une personne présente un travail écrit élaboré librement, il est d'usage (à l'université pour un mémoire de thèse, au lycée dans le cadre des TPE, etc.) de contrôler, par une « soutenance » en principe orale, que cette personne est capable de *répondre de ce travail*, en ce sens qu'elle peut l'exposer et répondre à des questions à son propos. Faute de pouvoir mettre en place un tel dispositif, on peut instituer un dispositif simple de contrôle écrit : en ce cas, la note « de DM » ne sera pas attribuée au DM seul mais à l'ensemble DM *plus* micro-contrôle du DM. On pourra par exemple noter le DM sur 8 et le micro-contrôle (sans documents) sur 12, le DM apparaissant ainsi comme *un travail préparatoire au micro-contrôle*. Dans ces conditions, le travail aidé (par des camarades ou non) retrouve son sens véritable : il doit permettre à l'élève d'étudier et d'apprendre pour occuper (ou retrouver) sa place dans le projet collectif d'étude. Qu'il aura effectivement appris, l'élève en fera la preuve d'abord par sa « copie » (une par élève), ensuite et surtout par le contrôle en classe auquel il se soumettra lors de la remise de son travail écrit.

5.7. Un autre problème classique est celui des absences (volontaires ou non) lors des devoirs de contrôle. Ce problème ne peut guère être traité si l'on ne rappelle pas d'abord les fonctions des DS. Chaque élève doit être « contrôlé », pour deux ordres de raisons : les unes sont didactiques et internes à la classe, les autres institutionnelles et externes à la classe. La première fonction est évidemment de permettre au professeur comme aux élèves de prendre d'éventuelles décisions, à portée individuelle ou collective, concernant l'étude des organisations mathématiques sur lesquelles porte le contrôle : en arrêter l'étude, la poursuivre à propos de tel ou tel sujet, en reprendre certains aspects collectivement ou avec quelques élèves seulement, etc. La seconde fonction conduira à des décisions d'orientation

[7] La possibilité de sa mise en œuvre dépend en particulier de l'emploi du temps de la classe.

formelle ou informelle, qu'on n'examinera pas plus avant ici [8]. Cela noté, un tel contrôle prend ordinairement la forme d'une *épreuve commune* à l'ensemble des élèves de la classe. Mais rien ne l'impose : il en irait autrement s'il s'agissait d'un contrôle *oral* par exemple [9]. Le fait que la classe affronte une même épreuve dans un même temps et en un même lieu est un problème *d'économie* scolaire, non un problème *d'équité*. En conséquence, pour ceux qui auraient été « absents au contrôle », il est normal que soit organisée une *deuxième* session du contrôle – même si elle doit l'être sous des contraintes de temps, de lieu, de moyens parfois peu généreuses. Le contenu de l'épreuve de la deuxième session n'a nullement à se comparer *directement* au contenu de la première. En certains cas il serait même « injuste » que l'épreuve de la deuxième session réservée aux absents ne proposent que des variations minimes par rapport à l'épreuve de la première session. Un contenu d'épreuve doit être un moyen adéquat de contrôler la maîtrise qu'ont les élèves des praxéologies mathématiques sur lesquelles porte le contrôle (en sa première comme en sa deuxième session), et cela compte tenu du degré attendu de maîtrise des contenus mathématiques en question. Le fait que les deux épreuves soient quelque peu différentes – par exemple parce qu'elles porteraient sur des ensembles de types de tâches en partie distincts – doit bien sûr avoir été clairement explicité, non seulement à titre de disposition institutionnelle mais aussi comme une exigence didactique qui va de soi : *par sa nature même*, le degré de maîtrise mathématique requis doit en effet pouvoir être contrôlé, le cas échéant, par le moyen de *plusieurs* prises d'information *différentes*. Un dispositif judicieux consiste à élaborer *deux* épreuves de contrôle, regardées par le professeur comme *également utilisables* : afin de ne pas s'abuser soi-même à cet égard, celui-ci pourra d'ailleurs s'imposer de tirer au sort – assez tôt pour assurer la reprographie nécessaire – celle de ces épreuves qui sera utilisée pour la première session. Cela n'empêchera pas que, pour prémunir les élèves contre la tentation d'échanger avec leurs voisins lors de l'épreuve, l'énoncé choisi fasse l'objet de deux versions très légèrement différentes.

6. La fabrication des notes

6.1. L'attribution d'une note « atomique » paraît un acte simple, quoique nimbé d'incertitude. Cette question était notée sur 3 points ; j'évalue la réponse apportée par l'élève en me référant à un projet collectif d'étude et d'apprentissage : *je lui mets* 2 sur 3. Pas 1 sur 3, pas 3 sur 3 : 2 sur 3. Quelle réponse aurait valu 3 sur 3, par exemple ? Le professeur-évaluateur n'a-t-il pas subrepticement modifié le projet collectif qu'avait fait connaître aux élèves le professeur-directeur d'étude ? Cette modification n'est-elle pas intervenue au moment où le directeur d'étude a dû se prononcer en tant qu'évaluateur ? La réponse évaluée, ainsi, aurait « obtenu » 3 sur 3 selon le projet ancien – hier ; mais le projet, *pour cela précisément,* s'est aujourd'hui modifié et cette réponse ne « vaut » plus que 2 sur 3 dans la perspective du projet qui émerge de la plongée évaluative du directeur d'étude dans les travaux de la classe. L'évaluation « formative [10] » est ainsi subtilement, perfidement réformatrice du projet du groupe. Selon le projet d'hier, les notes de la classe à cette question auraient été distribuées, par exemple, selon les effectifs suivants :

Note	0	1	2	3
Effectif	1	4	8	15

Cette distribution « en J » montre bien, justement, qu'on peut désormais *aller plus loin,* qu'on peut *avancer,* et qu'il convient pour cela de signifier par une note plus resserrée une exigence nouvelle, par exemple en matière de « rigueur » dans l'expression mathématique et/ou dans l'expression tout court.

6.2. Ce mouvement qu'imprime aux notes, dans son intimité de correcteur, le professeur-directeur d'étude fait glisser la distribution vers des valeurs plus basses, comme dans le tableau suivant.

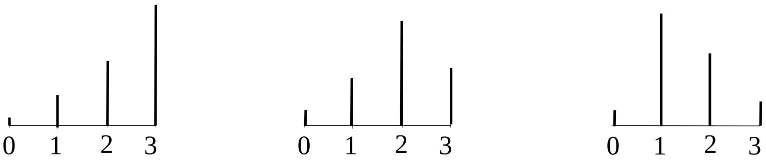
Note	0	1	2	3
Effectif	2	6	13	7

[8] Voir la notice *Examens & orientation*.

[9] Comme il en va dans le système des « colles » dans les CPGE.

[10] Sur les notions d'évaluation « formative », « sommative », etc., voir la notice *Évaluation & notation – Aspects institutionnels et historiques*.

On passe alors d'une distribution « en J » (ci-dessous, à gauche), à la classique distribution en cloche plus ou moins asymétrique (au centre), voire, dans le cas d'un mouvement inconsidéré du correcteur-directeur d'étude, à une courbe « en I » (ci-dessous, à droite).



Précisément parce qu'elle est formative, l'évaluation est étonnamment mobile : une distribution en J représente plutôt une évaluation de *fin* d'apprentissage – « sommative » –, *sans relance du projet didactique*. À l'inverse, la dynamique de l'étude porte souvent à des changements clandestins dans les critères d'évaluation, par anticipation *sans négociation préalable* sur le renouvellement du projet didactique de la classe que les élèves découvriront en découvrant les notes qui leur sont assignées. Bien entendu, la véritable négociation a sa place lors de la « correction », lorsqu'on passe ensemble, sous la direction du professeur, des réponses $R^{\lozenge}$ des élèves à la réponse $R^{\heartsuit}$ de la classe, laquelle, dépassant les réponses $R^{\lozenge}$, désignera *en acte* le renouvellement de certaines exigences du travail mathématique en cours ou à venir.

6.3. La situation se complique beaucoup quand on passe du niveau de l'évaluation « atomique » à l'évaluation « moléculaire ». L'évaluateur cède alors la place à un « algorithme ». *J'ai mis* 2 sur 3 à la réponse de l'élève à cette question, 3 sur 5 à cette autre : à son travail est donc attribuée la note de 5 sur 8. Cela *résulte* de mes évaluations atomiques, sans être le produit d'un acte évaluatif de ma part. On a dit que la déclaration préalable d'un barème précisait le projet collectif d'étude. Voyons-en ici le mécanisme arithmétique – « l'algorithme ». Supposons de façon générale un devoir D constitué de questions $Q_1, \ldots, Q_\ell$, la question Q_i faisant l'objet d'une note X_i sur N_i points. Pour $N_i = 5$, tel élève ω recevra par exemple la note $X_i(\omega) = 3$. Mais dire que ω a obtenu la note 3 à la question Q_i n'est pas suffisant : si Q_i était noté sur 10, ω n'aurait pas obtenu la « moyenne », qui serait alors de 5 ; etc. L'usage français est donc de dire que ω a obtenu « la note de 3 sur 5 » ou « 3/5 », et, plus généralement, la note $x_i(\omega) = X_i(\omega)/N_i$. Mais la notation 3/5 désigne-t-elle la fraction que l'on note habituellement $\frac{3}{5}$? Peut-on écrire que 3/5 = 0,6 ? On sait qu'on ne dit pas, usuellement, « ω a obtenu 0,6 à Q_i ». Mais on sait pourtant qu'on peut « traduire » une note sur 5, ou sur 10, en une note sur 20, etc. À certains égards, la note 3/5 équivaut donc à 6/10, à 12/20, etc. On peut en fait regarder les choses ainsi : une note « atomique », donnée à une question « isolée », peut toujours être regardée comme un nombre compris entre 0 et 1 ; ω pourra ainsi avoir obtenu 0,4 à Q_1, 0,9 à Q_2, 0,5 à Q_3, la moyenne arithmétique de ces trois nombres étant en l'espèce $\frac{0,4 + 0,9 + 0,5}{3} = 0,6$. Mais la note attribuée au *devoir D* n'est pas nécessairement cette moyenne arithmétique-là : elle est en général une moyenne *pondérée*. En règle générale, on donne à chaque question Q_i un « poids » p_i, la somme des poids étant égale à 1 ; la note x attribuée à D est alors $x = p_1x_1 + \ldots + p_\ell x_\ell$. Mais quels poids choisir ? L'idée est évidemment de donner à la note x_i un poids d'autant plus important que Q_i est jugée plus importante. Or son importance est, en principe, indiqué par la note maximale N_i qui peut être attribuée à la réponse de l'élève à cette question : un travail « noté sur 5 » est moins important qu'un travail « noté sur 12 », etc. En d'autres termes, on cherche un coefficient de proportionnalité k tel que $p_i = kN_i$; comme $p_1 + \ldots + p_\ell = 1$, on a $1 = kN_1 + \ldots + kN_\ell = k(N_1 + \ldots + N_\ell) = kN$, et donc $k = 1/N$, de sorte que $p_i = N_i/N$. La note x s'écrit donc : $x = p_1x_1 + \ldots + p_\ell x_\ell = \frac{N_1}{N}x_1 + \ldots + \frac{N_\ell}{N}x_\ell = \frac{N_1}{N}\frac{X_1}{N_1} + \ldots + \frac{N_\ell}{N}\frac{X_\ell}{N_\ell} = \frac{X_1}{N} + \ldots + \frac{X_\ell}{N} = \frac{X_1 + \ldots + X_\ell}{N} = \frac{X_1 + \ldots + X_\ell}{N_1 + \ldots + N_\ell}$. Ainsi obtient-on la note attribuée au devoir D en additionnant les numérateurs et les dénominateurs des fractions X_i/N_i. Dans un devoir D constitué par exemple de trois questions notées respectivement sur 2, 3 et 5, le coefficient de pondération de chaque note partielle est, *par convention*, égal respectivement à $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ et $\frac{5}{10}$, en sorte qu'un élève qui aurait obtenu à ces questions 2 sur 2, 1 sur 3 et 4 sur 5 aurait pour note au devoir $\frac{2}{10}\times\frac{2}{2}+\frac{3}{10}\times\frac{1}{3}+\frac{5}{10}\times\frac{4}{5}=\frac{2}{10}+\frac{1}{10}+\frac{4}{10}=\frac{2+1+4}{10}$. Plus généralement, s'il avait obtenu a points sur 3, b points sur 5, c points sur 12, il aurait pour note $\frac{3}{20}\times\frac{a}{3}+\frac{5}{20}\times\frac{b}{5}+\frac{12}{20}\times\frac{c}{12}=\frac{a}{20}+\frac{b}{20}+\frac{c}{20}=\frac{a+b+c}{20}$.

6.4. La question examinée dans ce qui précède mérite d'être prise à rebours : si D se laisse décomposer en ℓ questions $Q_1, \ldots, Q_\ell$ et si le professeur veut donner aux travaux correspondants des poids $p_1, \ldots p_\ell$ (dont la somme soit égale à 1), « sur combien » doit-il noter les (réponses aux) questions $Q_1, \ldots Q_\ell$? Notons $N_1, \ldots, N_\ell$ ces notes maximales inconnues, et écrivons toujours $x_i = X_i/N_i$. En se restreignant à des poids rationnels $p_i = \frac{a_i}{b_i}$, cette fraction étant supposée réduite, si l'on veut que la note obtenue en ajoutant les notes X_i rapportées à la somme N des N_i corresponde aux poids souhaités, on doit avoir $\frac{N_1}{N} = \frac{a_1}{b_1}, \ldots, \frac{N_\ell}{N} = \frac{a_\ell}{b_\ell}$ et $N_1 = N\times\frac{a_1}{b_1}, \ldots, N_\ell = N\times\frac{a_\ell}{b_\ell}$. L'entier N doit en particulier être divisible par $b_1, \ldots, b_\ell$ et donc doit être un multiple de PPCM($b_1, \ldots, b_\ell$) : il existe ainsi un entier $k \geq 1$ tel que $N = k$ PPCM($b_1, \ldots, b_\ell$). L'entier k et donc l'entier N étant choisis, les notes maximales N_i sont données par $N_i = N\times\frac{a_i}{b_i}$. On a évidemment $N_1 + \ldots + N_\ell = N\times\frac{a_1}{b_1} + \ldots + N\times\frac{a_\ell}{b_\ell} = N(p_1 + \ldots + p_\ell) = N$. Supposons par exemple que $\ell = 3$ et que l'on souhaite donner à Q_1, Q_2, Q_3 les poids respectifs $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$; comme PPCM(6, 3, 2) = 6, la note du devoir D doit être un multiple de 6, par exemple 6, 12, 18 ou 24. Comme ces notes maximales sont inhabituelles, le professeur, en général, « bricole », par exemple pour arriver à 20. Ici, pour $N = 18$, on aurait $N_1 = 3$, $N_2 = 6$, $N_3 = 9$; le professeur peut alors décider d'ajouter un point à D_1 et un autre à D_3 : le système des poids devient alors $\frac{4}{20}, \frac{6}{20}, \frac{10}{20}$ soit encore $p_1 = 0{,}2$, $p_2 = 0{,}3$, $p_3 = 0{,}5$. L'opacité croît ; le lien avec le projet d'étude collectivement engagé cesse d'apparaître nettement, tandis que l'impression d'arbitraire gagne.

7. L'arithmétique des notes : ses vertus et ses faiblesses

7.1. Considérons à nouveau un devoir D comportant trois questions, Q_1 notée sur 2, Q_2 notée sur 3, Q_3 notée sur 5. Et soit d'abord un professeur notant en J, comme sur les tableaux suivants.

Note /2	0	1	2
Effectif	1	7	20

Note /3	0	1	2	3
Effectif	1	4	8	15

Note /5	0	1	2	3	4	5
Effectif	1	3	4	4	7	9

Il est clair qu'on ne peut passer sans plus d'information de ces tableaux au tableau des notes sur 10 obtenues par les élèves au devoir D : il faut pour cela savoir quel élève a obtenu quelles notes aux questions Q_1, Q_2, Q_3. En supposant ainsi une certaine assignation de notes compatible avec les distributions précédentes, on arrive par exemple à la distribution de notes sur 10 ci-après (voir le diagramme ci-après à gauche).

Note sur 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	0	1	1	1	0	4	2	5	0	5	9

La moyenne des notes ainsi « fabriquées » est de 7,43 environ. Considérons maintenant un professeur notant plutôt « en cloche ».

Note /2	0	1	2
Effectif	3	16	9

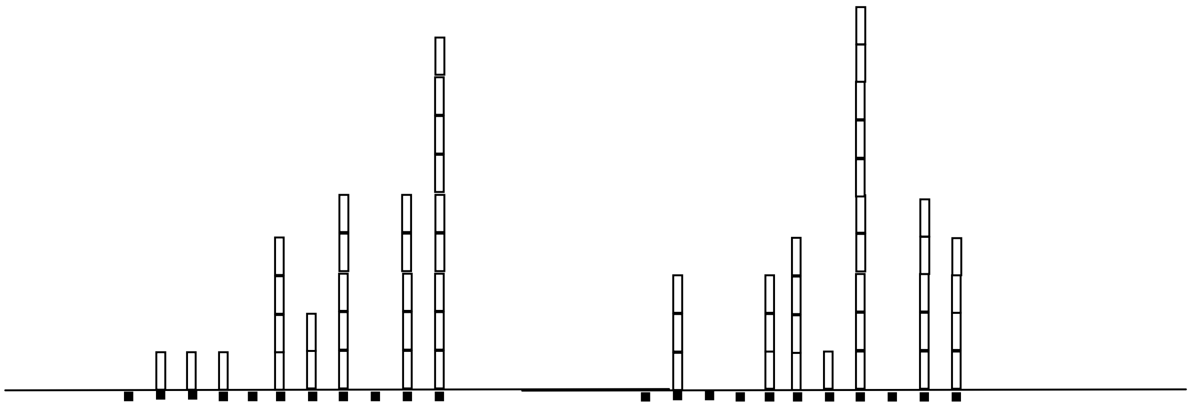
Note /3	0	1	2	3
Effectif	2	5	16	5

Note /5	0	1	2	3	4	5
Effectif	1	2	8	10	5	2

À nouveau, on suppose une certain assignation de notes aux 28 élèves de la classe qui conduise aux distributions précédentes ; on arrive alors à la distribution de notes sur 10 ci-après (voir le diagramme ci-après à droite).

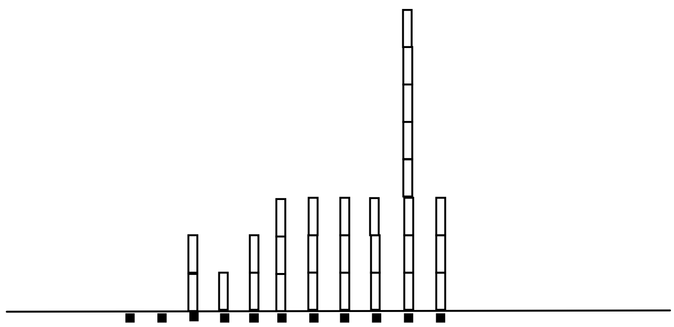
Note sur 10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectif	0	3	0	0	3	4	1	8	0	5	4

La moyenne, ici, est de 6,5 : la chute est sensible, de l'ordre de 12,5 %. Cela noté, on voit que les allures – en J ou en cloche – sont globalement conservées. Mais on voit aussi que la distribution est « fragmentée », avec des « trous » : elle désigne une classe « en plusieurs morceaux ».



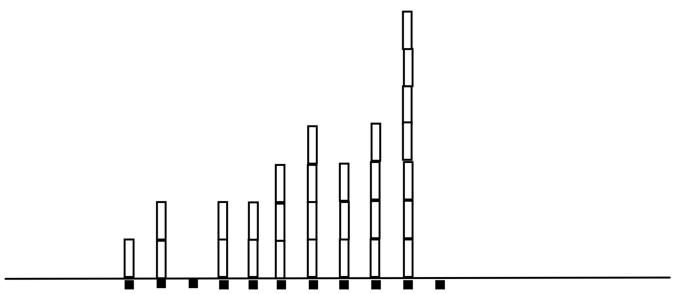
7.2. Reprenons les notes des 28 élèves conduisant aux distributions « en J » ci-dessus, mais en leur ajoutant aléatoirement –0,5, 0 ou 0,5. La distribution des notes sur 10 est alors la suivante.

Note sur 10	[0 ; 1[	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[	[5 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 8[	[8 ; 9[	[9 ; 10[	10
Effectif	0	0	2	1	2	3	3	3	3	8	3



La moyenne baisse un peu : elle vaut maintenant 7,21 environ. De la même façon, reprenons les notes des 28 élèves conduisant aux distributions « en cloche » ci-dessus, en leurs ajoutant –0,5, 0 ou 0,5 de façon aléatoire.

Note sur 10	[0 ; 1[	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[	[5 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 8[	[8 ; 9[	[9 ; 10[	10
Effectif	1	2	0	2	2	3	4	3	4	7	0



À nouveau, la moyenne baisse légèrement : elle est ici de 6,36 environ. Mais les distributions « avec demi-points » donnent l'image d'une classe *davantage rassemblée*. Alors que l'écart type des notes « en J » *sans* demi-points est de 2,61 environ, celui des notes « en J » *avec* demi-points est d'environ 2,38. De même, alors que l'écart type des notes « en cloche » *sans* demi-points est de 2,68 environ, celui des notes *avec* demi-points est à peu près de 2,60. (Les coefficients de variation sont respectivement de 35,1 % et de 41,2 % *sans* demi-points, ils sont de 32,9 % et de 41 % *avec* demi-points.) Le resserrement, sans doute limité numériquement, est graphiquement sensible. On voit ainsi que l'usage des demi-points a une vertu cachée : faire apparaître la classe comme plus « homogène » qu'elle n'apparaîtrait sinon.

7.3. Le mode de fabrication des notes, le « bricolage algorithmique » auquel se livre le professeur souvent sans en avoir conscience a des effets *didactiques*, en ce sens qu'il crée des conditions qui se révèleront favorables ou au contraire hostiles à la poursuite ou à la relance de l'étude. Le fait qu'une classe apparaisse « rassemblée » est sans doute essentiel pour que ses membres puissent concevoir de partager un projet d'étude *commun* : dans une classe trop « éclatée », l'enseignement devient, à la limite, impossible. À cet égard, le bricolage algorithmique des notes peut conduire à un meilleur rassemblement ou, au contraire, favoriser l'éclatement de la classe. On va voir, de ce point de vue, que le rassemblement de la classe à l'occasion d'un devoir se produit notamment lorsque les diverses questions Q_1, … Q_ℓ ne sont pas réussies ou échouées par les *mêmes* élèves. Considérons, pour simplifier, le cas d'un devoir D comportant deux questions Q_1 et Q_2 notées respectivement sur N_1 et N_2. L'hypothèse précédente se traduit par le fait que le coefficient de corrélation $r(X_1, X_2)$ (où $X_i : \Omega \to [0 ; N_i]$, $i = 1, 2$, sont les assignations de notes « atomiques ») reste largement inférieur à 1 (dans l'intervalle $[-1 ; 1]$). La note de devoir sur $N = N_1 + N_2$ vaut $X = X_1 + X_2$. La moyenne de la classe (sur N) est égale à $\overline{X} = \overline{X_1} + \overline{X_2}$. Il faut se rappeler ici que la variance $s^2(X)$ est la forme quadratique associée à la forme bilinéaire symétrique $\mathrm{cov}(X, Y) = s(X)s(Y)r(X, Y)$, où $r(X, Y)$ est le coefficient de corrélation des variables X et Y. On a $s^2(X) = \mathrm{cov}(X, X) = \mathrm{cov}(X_1 + X_2, X_1 + X_2) = \mathrm{cov}(X_1, X_1) + \mathrm{cov}(X_2, X_2) + 2\,\mathrm{cov}(X_1, X_2) = s^2(X_1) + s^2(X_2) + 2s(X_1)s(X_2)r(X_1, X_2)$ et il vient donc

$$s(X) = \sqrt{s^2(X_1) + s^2(X_2) + 2s(X_1)s(X_2)r(X_1, X_2)} \le s(X_1) + s(X_2),$$

l'écart type $s(X)$ étant d'autant plus inférieur à la *somme* des écarts types $s(X_1)$ et $s(X_2)$ que $r(X_1, X_2)$ est plus proche de -1.

7.4. Le résultat précédent se généralise au cas d'un devoir D composé de ℓ questions Q_1, … Q_ℓ. Avec des notations évidentes, on a

$$s(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^{\ell} s^2(X_i) + 2\sum_{i\neq j} s(X_i)s(X_j)r(X_i, X_j)} \le \sum_{i=1}^{\ell} s(X_i).$$

Dans l'exemple des notes « en J » sans demi-points, par exemple, on a vu que $s(X) \approx 2{,}61$ alors que l'on a $s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) \approx 2{,}88$. Pour les notes « en cloche » sans demi-points, on a $s(X) \approx 2{,}68$ alors que $s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) \approx 2{,}91$. Dans les cas « en J » et « en cloche » *avec* demi-points, on a de même, respectivement, $s(X) \approx 2{,}38 < s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) \approx 2{,}68$, et $s(X) \approx 2{,}60 < s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) \approx 3{,}03$. La réduction de la dispersion (par rapport à la somme des écarts types) peut être bien plus forte que ce qu'on observe ici. C'est ainsi que, en réassignant adéquatement les notes partielles X_1, X_2, X_3 (en l'espèce en triant les colonnes des notes X_1 et X_2 par ordre *décroissant* et la colonne de X_3 par ordre *croissant*), il est possible d'obtenir $s(X) \approx 0{,}65$, alors qu'on a toujours $s(X_1) + s(X_2) + s(X_3) \approx 3{,}03$.

7.5. S'il est bon, lorsqu'un groupe doit continuer à œuvrer, que ce groupe n'apparaisse pas, *à lui-même et aux autres*, comme trop éclaté, ce qui mettrait en cause la faisabilité de l'enseignement projeté, il est des cas où, en sens inverse, on cherche à sélectionner une fraction « supérieure » du groupe : ainsi en va-t-il dans le cas d'un *concours*. Dans un tel cas, si la question Q_i notée sur N_i points fait, dans le groupe Ω, l'objet de notes très peu dispersées sur l'intervalle $[0 ; N_i]$, par exemple parce que la notation est d'une sévérité extrême, cette question, qui contribuera bien sûr à « rassembler » le groupe, n'aura guère d'influence sur le « classement » – à la limite, si l'écart type $s(X_i)$ est nul, c'est-à-dire si X_i est constante sur Ω, les notes globales seront simplement translatées d'une valeur identique pour tous les membres du groupe. En d'autres termes, la question Q_i jouera un rôle faible ou nul sur la réussite audit concours. La même chose pourrait être dite d'un devoir D prenant place dans une série d'épreuves d'un concours : c'est ainsi que la série des notes sur 10 évoquée ci-dessus et dont l'écart type est de 0,65 correspond au tableau d'effectifs suivant.

Note sur 10	[0 ; 5[	[5 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 8[	[8 ; 10]
Effectif	0	5	15	8	0

On conçoit que cette note joue un rôle assez limité dans la réussite au concours.

7.6. En sens inverse, le phénomène de réduction de la dispersion du groupe est fortement accentué par l'algorithme de fabrication des *moyennes trimestrielles* qui consiste, classiquement, à prendre la *moyenne arithmétique pondérée* d'un certain nombre de notes de devoirs D_j. Supposons que les assignations de notes $X_j : \Omega \rightarrow [0 ; 20]$ ($1 \leq j \leq n$) sont ainsi les notes entrant dans la formation de la moyenne trimestrielle : chacun des élèves $\omega \in \Omega$ reçoit au cours du trimestre une série de n notes $X_1(\omega), X_2(\omega), \ldots, X_n(\omega)$. La moyenne trimestrielle Y est alors donnée par $Y = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j$. La moyenne de la classe est $\overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \overline{X_j}$. Avec des notations obvies, on a alors :

$$s(Y) = \frac{1}{n}\sqrt{\sum_{j=1}^{n} s^2(X_j) + 2\sum_{k\neq j} s(X_j)s(X_k)r(X_j, X_k)} \leq \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} s(X_j).$$

On retrouve ici un phénomène déjà rencontré : l'écart type des notes trimestrielles, $s(Y)$, est d'autant plus inférieur à la moyenne des écarts types $s(X_j)$ que les notes aux devoirs D_j *sont deux à deux plus faiblement corrélés*. Il est même possible – on pourra s'en assurer – que l'écart type « trimestriel » $s(Y)$ soit *inférieur à chacun* des écarts types $s(X_j)$: la classe, alors, est plus unie au rendez-vous de fin de trimestre qu'elle ne l'avait jamais été au cours du trimestre.

7.7. Le resserrement de la classe autour de sa moyenne trimestrielle apparaît notamment lors du *conseil de classe*, où un regard « extérieur » se porte officiellement sur la classe de mathématiques (de même que sur les autres SDP qui composent « la classe »). Dans ce contexte, plusieurs facteurs de réduction de la dispersion jouent, dont les élèves « nomades » qui, parce qu'ils ont des résultats variables au fil des devoirs D_j, diminuent les coefficients de corrélation $r(X_j, X_k)$ et font donc décroître l'écart type $s(Y)$. On arrive alors à deux grands problèmes qu'on se contentera de signaler. Le premier problème est celui des effets didactiques en retour de l'exigence mal maîtrisée de réduire la dispersion des notes, notamment quand le souci de cette réduction porte le professeur, parfois malgré lui, voire à son insu, à resserrer les notes d'un devoir au prix d'une plus grande sévérité dans la notation et donc d'un abaissement général des notes assignées – avec cette conséquence éventuelle d'une classe bien regroupée mais dépressive. Le second grand problème est celui des usages de la note $Y(\omega)$ en vue de l'orientation de l'élève $\omega \in \Omega$ et, plus largement, de la fabrication des classes et de l'organisation des flux d'élèves. On se limitera à cet égard à noter l'influence de l'« algorithme » de détermination de la moyenne trimestrielle Y qui, contrairement à la simplification introduite plus haut, ne s'écrit que rarement sous la forme $Y = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} X_j$, où $X_j : \Omega \rightarrow [0 ; 20]$ ($1 \leq j \leq n$). Les textes officiels, on le sait, distinguent plusieurs types de travaux notés rédigés « à la maison et en classe », cette dernière catégorie comportant des « interrogations écrites courtes », des « devoirs de contrôle » plus longs, voire des « bilans trimestriels », le tout « pondéré par un bilan chiffré des divers travaux (cahier de statistique, travail sur ordinateur…) portant sur les sujets difficiles à évaluer lors de ces contrôles », à quoi a dû s'ajouter, à la rentrée 2006, au collège, une « note de vie scolaire » [11]. Sur cette base officielle mais floue, les « algorithmes » de fabrication des notes trimestrielles et annuelles, souvent laissée à la discrétion des professeurs, montrent une diversité anarchique – avec notamment une variété non régulée de coefficients assignés aux différents types de travaux notés – qui ne semble

[11] Sur la note de vie scolaire, voir la notice *Évaluation & notation – Aspects institutionnels et historiques*.

guère traduire un véritable *projet collectif de formation*, qu'il soit propre à l'établissement, à l'académie ou au pays (ou groupe de pays), projet par rapport auquel ces notes seraient censées « dire la valeur » des travaux de l'élève.

7.8. Les pratiques – ou plutôt les praxéologies – de notation évoquées dans ce qui précède appellent à l'évidence une clarification des principes (et des mécanismes) sur lesquels elles reposent. On se limitera ici à souligner que, dans d'autres ensembles culturels – on pense en l'espèce aux pays « anglo-saxons » – la critique de certains usages traditionnels dans le système scolaire français a été menée depuis longtemps, ce qui ne signifie nullement que des formes « définitives » de fabrication et d'emploi des notes en aient résulté [12]. On empruntera ici à un ouvrage intitulé *Statistics for the Teacher* dont la première édition a paru en 1963. Dans un chapitre intitulé *Interpretation of Marks*, l'auteur, Douglas M. McIntosh, écrit [13] :

> A mark by itself has no meaning. There is a tradition, from which many teachers and parents find it difficult to depart, of taking 50 or 50 % to be the pass mark. Fifty per cent might be a good mark or a bad mark depending on a variety of factors such as the difficulty of the examination, the ability of the class, and the standard of marking of the examiner.

Autant que la tradition précédente, « anglo-saxonne », se trouve récusé l'usage « français », à propos de laquelle l'auteur que nous suivons écrit :

> Another somewhat meaningless method of denoting the worth of a test performance is to express the mark as being "out of" the maximum mark. For example, 80 out of 150 means little: more needs to be known before it can be judged a good, average or poor mark.

C'est que l'interprétation évaluative d'une note obtenue à une épreuve dépend de la *série* des notes attribuées :

> It is not possible to interpret a mark unless something is known about the marks of other pupils who sat the examination. For example, 50% may be good in one case and poor in another.

Dans la série 20 – 30 – 40 – 50 – 60, le score 50 n'a pas la même signification que dans la série 50 – 60 – 70 – 80 – 90. Un même score présent dans deux séries ayant la même moyenne n'aura pas la même « interprétation » si les deux séries ont des dispersions sensiblement différentes. Considérons les scores d'une classe de 36 élèves à un test d'arithmétique et à un test d'anglais.

Arithmétique	Score	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95
	Effectif	1	2	3	4	5	6	5	4	3	2	1

Anglais	Score	35	40	45	50	55	60	65
	Effectif	3	5	6	8	6	5	3

Comment comparer un score d'arithmétique et un score d'anglais ? La première série a une moyenne de 70 et un écart type de 12,1 environ ; la seconde a une moyenne de 50 et un écart type d'environ 8,6. Le score 85 en arithmétique (par exemple) est-il « meilleur » que le score 60 en anglais ? On peut, pour répondre, calculer la « cote Z », c'est-à-dire le score centré réduit. La note 85 dans la première série correspond à la cote $\frac{85-70}{12{,}076\ldots} \approx 1{,}24$; la note 60 dans la seconde série correspond à la cote $\frac{60-50}{8{,}58} \approx 1{,}14$: on conclura donc que 85 en arithmétique est un score un peu meilleur qu'un score de 60 en anglais [14]. L'auteur écrit :

> The value of a mark cannot therefore be determined unless both the average and the scatter of the marks is known. Marks should not be compared or combined unless the standard of marking and the spread or scatter of marks are the same.

---

[12] Pour plus d'information, on se reportera à la notice *Examens & orientation*.

[13] Nous citons ici la deuxième édition de l'ouvrage, parue en 1967 chez Pergamon Press.

[14] On parviendrait à une conclusion légèrement différente en observant que le score 85 en arithmétique et le score 60 en anglais ne sont l'un comme l'autre dépassés que par 3 des 36 scores : le pourcentage des scores qui leur sont inférieurs ou égaux vaut en chaque cas 91,7 % environ.

Il y a là un principe qui contraste fortement avec les usages français. L’auteur cité en explicite en ces termes certaines conséquences.

> What significance has the total of an English mark and an arithmetic mark? Even worse is the old practice of combining all the pupil’s class marks to give his average mark. If the average and scatters of the marks in all subjects are made the same, the total of the marks may have some statistical significance. It is doubtful whether it has any educational significance.

Devrait-on donc passer d’une évaluation *scalaire* à une évaluation *vectorielle*, où la note unique serait remplacée par une série de notes, élément d’un espace évaluatif à plusieurs dimensions ? C’est là un problème à propos duquel on ne peut que souligner l’actuelle stagnation de la réflexion en matière d’évaluation scolaire.