

LE TEMPS DE L'ÉTUDE

Dans la conduite d'une classe, le professeur a en charge la tâche essentielle de créer du temps didactique, ce temps de l'étude dont il règle l'avancée tout en régulant les apprentissages qu'il impulse et scande cette avancée. On examine ci-après les principaux problèmes qui surgissent dans l'exercice de cette mission essentielle du professeur, qui le distingue notamment de tout autre « aide à l'étude ».

1. Le programme de la classe et son organisation

1.1. L'activité de la classe, et notamment le **contenu** de cette activité, n'est pas livrée à la fantaisie ou à l'arbitraire du professeur, mais découle de décisions de niveau supérieur qui engagent **professeur et élèves** dans un **pacte d'instruction** précisant les **questions** sur lesquelles la classe devra s'efforcer de s'instruire tout au long de l'année¹.

1.2. La pratique aujourd'hui banale de fixer dans un programme le détail d'une matière à étudier est, à l'échelle historique, relativement récente. Le mot **programme**, emprunté à la fin du XVII^e siècle au latin classique *programma* (littéralement, « ce qui est écrit à l'avance »), s'applique d'abord, en effet, non à la description de la matière d'un cours, mais à la présentation (par voie d'affiche par exemple) des cérémonies et spectacles publics que les établissements secondaires avaient alors coutume d'organiser. C'est au XIX^e siècle que le mot de programme acquiert son sens actuel : l'apparition des programmes scolaires est en effet liée au développement progressif, à partir de la fin du XVIII^e siècle, du système des **examens et concours** (brevets, concours d'entrée aux écoles normales, baccalauréat, concours des grandes écoles, etc.). Ceux-ci, au début, **n'ont pas de programme** et les candidats sont ainsi à la merci des examinateurs, dont les préparateurs étudient les questions préférées afin d'établir le programme idéal de préparation. Pour les concours d'entrée aux grandes écoles scientifiques, cette situation conduira à la publication de revues spécialisées – telle la *Revue de mathématiques spéciales* de Henry Vuibert – qui recueillent et font connaître les questions les plus fréquemment posées, créant en cela une tradition qui dure encore². Mais elle conduit aussi à des pratiques didactico-mercantiles beaucoup plus douteuses : « Sous la monarchie de Juillet, écrit ainsi l'historien Antoine Prost, triomphe [...] un bachotage quasi industriel. Des préparateurs spécialisés étudient les jurys et garantissent le succès : leurs services, qu'ils proposent dans les petites annonces des journaux, sont payables à forfait après réception³. » Sous la pression des parents et des professeurs, on cherche donc à limiter la dangereuse liberté des examinateurs. En 1821, ceux-ci doivent rédiger à l'avance et numéroter les questions qu'ils poseront au baccalauréat : la question que le candidat doit traiter est déterminée par tirage au hasard, dans une urne, d'une boule portant un numéro. En 1840, ce travail est fait directement par le ministère, qui publie la liste en 500 numéros – dont 50 pour les mathématiques – des questions qui pourront « sortir » au bac. Ainsi en va-t-il des questions suivantes, relatives à l'arithmétique :

1. Définitions. Qu'appelle-t-on grandeur ou quantité ? Unité ? Nombre ? Nombre abstrait et nombre concret ?

Numération. Objet de la numération. Principe fondamental. Les différents ordres d'unités. Changements que subit un nombre lorsqu'on écrit à sa droite ou qu'on y supprime un ou plusieurs zéros.

2. Addition. Objet de cette opération. Règle. Pourquoi commence-t-on le calcul par la droite ? Preuve de l'addition par l'addition même.

Soustraction. Explication de cette opération. Sa preuve par l'addition.

3. Multiplication. Définition particulière au cas des nombres entiers. Qu'appelle-t-on multiplicande ? Multiplicateur ? Produit ? Facteurs ? Espèce des unités du produit.

Table de Pythagore. Multiplication par un nombre d'un seul chiffre. Multiplication par un nombre composé d'un seul chiffre suivi de plusieurs zéros. Multiplication par un nombre de plusieurs chiffres.

¹ Sur la « fabrication » des programmes, voir l'ouvrage récent de Dominique Raulin, *Les programmes scolaires. Des disciplines souveraines au socle commun* (Retz, Paris, 2006).

² La *RMS* a pris depuis quelques années le nom de *Revue des mathématiques de l'enseignement supérieur*. Henry Vuibert, alors le plus jeune agrégé de mathématiques de France, fonde en 1877 la librairie qui porte toujours son nom. En 1879, il publie un recueil de *Questions de mathématiques élémentaires à l'usage des candidats aux écoles du gouvernement, des aspirants au baccalauréat ès-sciences et des élèves des établissements d'enseignement secondaire*. En 1885, il crée les *Annales du Bac*, première collection parascolaire en France, qui sera un immense succès éditorial.

³ Antoine Prost, *Histoire de l'enseignement en France, 1800-1967*, Armand Colin, Paris, 1968, p. 60.

Cas où les facteurs sont terminés par des zéros. Preuve de la multiplication au moyen d'une autre multiplication.

4. Démonstration des deux principes suivants : a) le produit de deux nombres reste le même quand on change l'ordre des deux facteurs ; b) on multiplie un nombre par un produit de deux facteurs en multipliant ce nombre successivement par chacun de ces facteurs. Usage principal de la multiplication.

Ainsi naît le premier programme de baccalauréat : les premiers programmes d'études sont d'abord des *programmes d'examen*, énumérant une liste de *questions* à étudier en vue de l'examen.

1.3. Cette structure primitive est aujourd'hui moins visible, mais elle demeure. D'une façon générale, les types de questions, que l'on peut regarder comme des *sujets* d'étude, sont regroupés plus ou moins clairement dans des organisations mathématiques *locales*, les *thèmes d'études*, qu'on peut à leur tour « amalgamer » pour former des organisations *régionales*, les *secteurs d'études*, dont la réunion constitue enfin une organisation *globale* ou *domaine d'études*. C'est ainsi que les programmes de mathématiques actuellement en vigueur en 4^e et 3^e font apparaître trois grands domaines : le domaine des *Travaux géométriques*, le domaine des *Travaux numériques*, enfin un domaine composite intitulé *Organisation et gestion de données. Fonctions*.

1.4. Les domaines d'études se laissent analyser en *secteurs*⁴. Dans les classes de 4^e et 3^e, ainsi, le domaine des travaux géométriques comporte deux secteurs, intitulés respectivement *Configurations, constructions et transformations* et *Repérage, distances et angles*. Le domaine des travaux numériques réunit de même deux secteurs : *Nombres et calcul numérique*, et *Calcul littéral* (incluant le calcul « équationnel »). Le troisième domaine, enfin, se décompose également en deux secteurs, comme son intitulé l'indique : *Représentation et organisation de données* et *Fonctions numériques*. Un septième secteur, *interdomaine*, doit encore être dégagé : empruntant sa matière aux trois grands domaines indiqués, il est relatif aux *Grandeurs et mesures*. Dans les nouveaux programmes de collège publiés jusqu'ici (6^e, 5^e, 4^e), ce secteur interdomaine est devenu un domaine d'études à part entière : sous l'intitulé *Grandeurs et mesures*, précisément, il prend place à la suite des trois domaines traditionnels que les programmes nouveaux détaillent successivement sous l'intitulé *Organisation et gestion de données. Fonctions* pour le premier, *Nombres et calculs* pour le deuxième et *Géométrie* pour le troisième. En 5^e, par exemple, ce dernier domaine est scindé en trois secteurs intitulés respectivement *Figures planes, Prismes droits, cylindres de révolution* et *Symétrie centrale*.

1.5. Chaque secteur est constitué d'un certain nombre de *thèmes* : le secteur *Figures planes* comporte ainsi, en 5^e, le thème des *Figures simples ayant un centre de symétrie ou des axes de symétrie*, celui de la *Caractérisation angulaire du parallélisme* ou encore le thème intitulé *Construction de triangles et inégalité triangulaire*. À son tour, chaque thème se décline en *sujets* d'étude, c'est-à-dire, en pratique, en *types de tâches mathématiques* que l'élève doit étudier afin d'apprendre à les accomplir de manière satisfaisante, acquérant par là une nouvelle *compétence* mathématique. S'agissant du thème *Construction de triangles et inégalité triangulaire*, les élèves de 5^e doivent ainsi apprendre à « construire un triangle connaissant la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents », ou encore « connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés ».

1.6. Le même type d'analyse vaut pour *l'ensemble des classes de la scolarité secondaire*. En 2^{de}, le programme est ainsi scindé en *trois domaines* : *Statistique, Calcul et fonctions, Géométrie*. Le domaine *Calcul et fonctions* se découpe en *trois secteurs* : le secteur *des nombres*, avec *deux* thèmes d'études (« Nature et écriture des nombres » et « Ordre des nombres. Valeur absolue d'un nombre ») ; celui *des fonctions*, avec *quatre* thèmes d'études (« Fonctions », « Étude qualitative de fonctions », « Premières fonctions de référence » et « Fonctions linéaires et fonctions affines ») ; le secteur (qu'on peut appeler) *des modèles et de la modélisation algébriques*, avec *deux* thèmes d'études (celui des modèles, intitulé « Fonctions et formules algébriques », et celui de la modélisation, intitulé « Mise en équation ; résolution algébrique, résolution graphique d'équations et d'inéquations »).

2. La programmation de l'étude

2.1. L'observation montre que nombre de professeurs ont tendance à voir le programme comme *un ensemble de thèmes*, en oubliant *les niveaux supérieurs d'organisation* (secteurs et domaines), au

⁴ Le découpage en secteurs indiqué ci-après est celui que fait apparaître le tableau synoptique des programmes du collège publié avec le programme de 3^e actuellement en vigueur (voir le document *Programmes du collège*).

point quelquefois de sembler ignorer, par exemple, que le programme de 2^{de} se distribue en **trois** domaines, et non deux ⁵. Cette réduction de la discipline se fait en outre, traditionnellement, sur la base d'un certain **enfermement disciplinaire**, contraire à l'évolution engagée depuis quelques années dans le sens d'une « recombinaison » pluridisciplinaire, avec notamment la création d'un « **pôle disciplinaire** » relatif à la « **culture scientifique et technique** » rassemblant, au collège ⁶, en relation avec la mise en place des **itinéraires de découverte** (IDD) et, à partir de 2006-2007 en 5^e, celle des **thèmes de convergence** ⁷, les sciences de la vie et de la Terre, la physique-chimie, la technologie, les mathématiques, « auxquelles s'ajoutent l'éducation physique et sportive ainsi que la géographie ». Un mouvement analogue de rapprochement disciplinaire s'est affirmé depuis 1999 et s'est concrétisé notamment par la création des **travaux personnels encadrés** (TPE), notamment dans les classes de première ⁸.

2.2. La réduction du programme aux thèmes d'études est peut-être en partie impulsée par l'obligation **de programmer l'étude dans le temps**, c'est-à-dire de créer un **ordre** qui **enchaîne** les éléments à étudier, chaque élément nouvellement abordé s'articulant avec les éléments précédemment étudiés. Soulignons pour le contraste que le professeur disposait autrefois d'une programmation « canonique », qu'il lui restait alors à **réaliser** dans la classe. Ainsi, dans un ouvrage où il propose une modification profonde du curriculum mathématique, le mathématicien Henri Lebesgue (1875-1941) pouvait-il encore se référer au « premier livre de la géométrie » (ou au second, ou au troisième) comme à une réalité connue de tous ses lecteurs : « Ce chapitre, écrivait-il par exemple ⁹, serait aussi **le premier** en quelque sorte **de la géométrie** et l'on serait donc fondé à parler, en géométrie, de la distance de deux points. Actuellement, on ne parle pas du nombre distance au **premier livre de la géométrie** ; on n'en parle qu'**au troisième**, après avoir parlé **au second**, de la mesure des angles et des arcs [...]. D'où vient cet ordre traditionnel ? On en est réduit à des conjectures. »

2.3. La matière à enseigner, ordonnée dans ses grandes masses par la tradition, faisait en outre l'objet de diverses programmations portées à la connaissance des professeurs. Dans l'enseignement primaire, en particulier, nombre de manuels proposaient à leurs utilisateurs une **répartition mensuelle**, voire **hebdomadaire**, et même **journalière**, de la matière à étudier. Certains ouvrages spécialisés fournissaient, avec les programmes et instructions, des répartitions, mensuelles et hebdomadaires, pour les différentes classes et les différentes matières. C'est de l'un d'eux, publié dans les années 1950, qu'est tirée par exemple la proposition suivante, relative au mois d'octobre, concernant le « cours supérieur ¹⁰ » à propos des trois domaines d'études du programme :

1. **Système métrique** : Mesure des longueurs. Emploi des instruments usuels (chaîne ou ruban d'arpenteur, mètres en bois, en métal, règles graduées et réglets).
2. **Géométrie** : Longueur de la circonférence. Usage de la règle, de l'équerre, du rapporteur et du compas pour des tracés usuels. Constructions simples : droites perpendiculaires, – droites parallèles – angle égal à un angle donné – bissectrice d'un angle, etc.
3. **Arithmétique** : Problèmes : vitesse dans le cas d'un mouvement uniforme ; espace parcouru pendant l'unité de temps et temps nécessaire au parcours de l'unité d'espace. Numération des mesures de longueur.

2.4. Par contraste, c'est aujourd'hui au professeur qu'il revient de **planifier et de programmer l'étude**, c'est-à-dire d'établir une **progression**, ce pour quoi les textes officiels lui reconnaissent « une totale

⁵ Les élèves, quant à eux, ont tendance à s'arrêter aux **sujets** d'étude, sans doute parce que les évaluations scolaires portent aujourd'hui de manière presque exclusive sur ce niveau d'organisation mathématique.

⁶ Voir le « cahier des exigences pour le collégien », qu'on trouvera dans le document *Qu'apprend-on au collège ?* Le même texte intègre les mathématiques dans un second « pôle », celui de la « maîtrise des langages ».

⁷ Sur cette dernière question, voir le document *Mathématiques en 5^e et 4^e*. Les six thèmes de convergence sont les suivants : 1. *Énergie* ; 2. *Environnement et développement durable* ; 3. *Météorologie et climatologie* ; 4. *Importance du mode de pensée statistique dans le regard scientifique sur le monde* ; 5. *Santé* ; 6. *Sécurité*.

⁸ Voir le texte « L'enseignement des sciences au lycée » paru dans le *BOEN* hors série n° 6 du 12 août 1999 et reproduit dans le document *Programme de Seconde*. Notons que les TPE, obligatoires en Terminale jusqu'en 2004-2005, y ont été supprimés à partir de 2005-2006.

⁹ Henri Lebesgue, *La mesure des grandeurs*, Albert Blanchard, Paris, 1975, p. 28. (C'est nous qui soulignons.)

¹⁰ Classe qui, bien que relevant de l'école primaire, correspondait à peu près à la 6^e actuelle.

liberté », mais... « à condition que soient atteints les objectifs visés par le programme » ! Il s'agit là d'une tâche dans laquelle le professeur engage ainsi *seul* sa responsabilité de « directeur d'étude », à ce point que la programmation de l'étude tend à prendre, dans son activité, le statut d'un acte *privé*, quasi intime, que l'on ne mentionne guère, fût-ce à titre de problème, dans les discussions entre collègues – sauf bien sûr si une « progression commune » est adoptée par l'équipe disciplinaire de niveau. Or il s'agit d'une tâche tout à la fois fondamentale et d'une grande difficulté – notamment lors de la prise en charge d'une classe nouvelle –, à laquelle il importe d'accorder *une priorité dans l'organisation générale de l'étude*, et de revenir – pour des retouches et des ajustements – *tout au long de l'année*.

2.5. Faute d'une programmation toute faite, on peut, dans une première étape, établir une répartition, même grossière et provisoire, qui porte *sur l'ensemble de l'année*, et qui couvre *l'ensemble des domaines et secteurs* composant le programme. Cette première répartition, élaborée en conformité avec le texte du programme, peut avantageusement prendre appui sur les découpages – formulés généralement en termes de thèmes d'étude – proposés par les *manuels*, ou, de manière parfois plus utilisable (parce que davantage « stylisée »), par les ouvrages de synthèse qui s'adressent *aux élèves*. Ainsi, pour la classe de 3^e, tel ouvrage relevant de cette dernière catégorie propose-t-il de fait au professeur intéressé le découpage suivant :

1. Nombres et calculs. 2. Développer – Factoriser. 3. Équations à une inconnue. 4. Inéquations à une inconnue. 5. Systèmes à deux inconnues. 6. Applications affines. 7. Équations de droites. 8. Géométrie analytique. 9. Géométrie plane. 10. Trigonométrie. 11. Géométrie dans l'espace. 12. Autour de Thalès. 13. Translation et vecteurs. 14. Statistiques.

Dans une deuxième étape, les mêmes outils (texte du programme, ouvrages divers) permettent alors une première analyse de chacun des thèmes retenus. C'est ainsi que le chapitre 13, *Translation et vecteurs*, de l'ouvrage mentionné est découpé de la manière suivante :

13. Translation et vecteurs : Relier translation et vecteur / Relier vecteur et parallélogramme / Ajouter des vecteurs / Utiliser les coordonnées d'un vecteur.

Chacune des rubriques identifiées devra enfin, dans une troisième étape, faire l'objet d'une ultime analyse, en termes de *types de problèmes* (ou *types de tâches*).

2.6. Le travail de programmation suppose alors que l'on établisse un « *budget temps* » précisant le temps d'horloge alloué à l'étude de chacun des blocs thématiques identifiés. Faute d'expérience, on peut, pour cela, considérer en première approximation que le *programme* est fait d'une succession de thèmes θ_k ($1 \leq k \leq n$), que, dans le cas de la 2^{de} par exemple, on peut identifier, *grosso modo*, aux différents « blocs » qui composent le programme (on les désigne ici par les premiers mots de leur libellé) :

- I. Statistique.** 1. Résumé numérique... 2. Définition de la distribution... 3. Simulation et fluctuation d'échantillonnage...
- II. Calcul et fonctions.** 1. Nature et écriture des nombres... 2. Ordre des nombres... 3. Fonctions... 4. Étude qualitative de fonctions... 5. Premières fonctions... 6. Fonctions linéaires et fonctions affines... 7. Fonctions et formules algébriques... 8. Mise en équation...
- III. Géométrie.** 1. Géométrie dans l'espace 2. Les configurations du plan... 3. Triangles isométriques... 4. Repérage dans le plan... 5. Multiplication d'un vecteur par un réel... 6. Équations de droites... 7. Système d'équations linéaires...

Un modèle arithmétique grossier consiste alors à répartir ces blocs entre les quelque 30 semaines ouvrables (auxquelles s'ajoutent 3 semaines consacrées à ce que le programme de 2^{de} nomme des « thèmes d'étude » et qu'il vaut mieux désigner comme thèmes d'études *libres*, TEL). La durée adoptée ici est évidemment un *maximum* ; mais il faut envisager fermement de travailler *jusqu'à la fin de l'année*, et le *faire entendre aux élèves* en leur indiquant clairement ce « programme de fin d'année ». Pour effectuer cette allocation, on peut faire comme si chacun des blocs exigeait le même temps d'étude : l'étude de chaque bloc se verrait ainsi allouée une durée de 30 semaines divisée par $3 + 8 + 7$, soit 1,7 semaines environ¹¹. Toujours de manière formelle – faute de mieux –, on affinera ensuite cette première allocation en la corrigeant par une répartition proportionnelle au nombre de

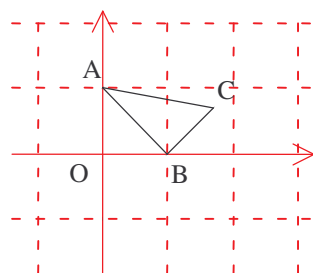
¹¹ La « semaine » est ici une unité de compte, et non une réalité calendaire, en particulier si l'on mène de front, chaque semaine, l'étude de deux thèmes du programme.

pages occupées par chaque bloc dans le manuel de la classe (par exemple) ou au nombre de sous-blocs en lesquels on les aura éventuellement décomposés.

2.7. Les opérations précédentes ne donnent pas encore une programmation annuelle : il reste à mettre en bijection les « blocs » et les unités de temps, c'est-à-dire à élaborer un *calendrier de l'étude*. Pour cela, on doit décider si l'on procède par enseignement d'un bloc après l'autre, ou – ce qu'on peut recommander – si l'on opte pour l'étude en parallèle de *deux blocs* appartenant à deux secteurs différents (voire à deux domaines différents), avec toutefois un *décalage* temporel entre les deux (en gros, il convient d'avoir dépassé les principales difficultés du premier pour lancer l'étude du second). Bien entendu, il est possible de couper en deux sous-blocs un bloc *trop substantiel*, pour l'étudier en deux *périodes séparées de quelques semaines*, ce qui exige une gestion soignée des traces écrites. Il en va ainsi notamment lorsque les relations de *dépendance mathématique* entre les divers éléments que le choix d'une progression déterminée fait se succéder font que, lors de l'étude d'un thème θ , certains outils mathématiques nécessaires à un traitement « complet » du thème ne soient pas encore disponibles : lors de l'étude du thème θ' qui mettra en place ces outils, on reviendra donc sur les types de problèmes associés à θ que l'on avait provisoirement laissés de côté. Plus généralement, il conviendra d'intégrer dans le travail de programmation de l'étude le traitement des relations *interthématiques*, voire *intersectorielles*, que la structure explicite du programme tendrait à occulter.

2.8. Quelle que soit la programmation adoptée, une *gestion didactique rigoureuse* est absolument indispensable, ce qui passe en particulier par le respect de quatre principes essentiels : *premièrement*, ne pas pratiquer de « révision systématique », mais aller autant que possible de l'avant (en s'assurant qu'on ne laisse pas les élèves derrière soi) ; *deuxièmement*, ne pas se laisser aller à une « marche aléatoire » dans le programme, en se satisfaisant de « donner du travail aux élèves », en classe et hors classe, car il est irréaliste d'imaginer pouvoir revenir *à loisir* sur tel ou tel point déjà abordé ; *troisièmement*, déterminer de manière précise, pour chacun des thèmes à enseigner, *le contenu « nécessaire et suffisant »*, en se gardant de céder (au nom de la « liberté pédagogique » du professeur) *à la tentation ravageuse de faire des « extra »* sous la forme par exemple d'« exercices » isolés qui ne seraient pas clairement des spécimens des *quelques* types de problèmes relevant sans ambiguïté du thème en cours d'étude ; *quatrièmement*, faire régulièrement le point sur le calendrier prévu et la marche réelle de l'étude, afin de retoucher la programmation et d'appliquer plus rigoureusement les trois principes précédents.

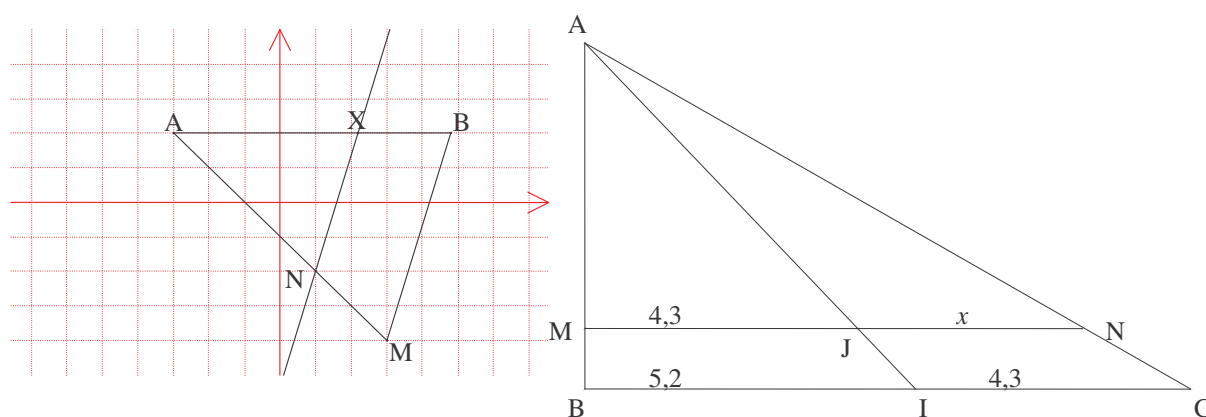
2.9. La mise en œuvre des principes de gestion précédents suppose évidemment l'existence d'une *dynamique de l'étude* que le professeur s'interdira de laisser s'emballer, dériver, musarder, etc. Dans une organisation générale de l'étude d'un style maintenant classique, cette dynamique est supposée être régulièrement relancée par l'introduction, par le professeur, d'une AER nouvelle, souvent sans lien avec celles qui l'ont précédées non plus qu'avec celles qui suivront¹². Cette structure faiblement intégrée de la suite des AER impulsant l'étude pose problème : l'expérience montre en effet que cette ossature didactique est relativement fragile parce que l'introduction *ex abrupto* d'une AER nouvelle se fait alors, en règle générale, sans *motivation mathématique* suffisante, et en particulier sans véritable raison autre que la volonté – du professeur, ou même de la classe, quand celle-ci a voix au chapitre en la matière – de lancer l'étude de tel ou tel bloc thématique. Par contraste, la dynamique à lancer et à nourrir gagne à avoir pour moteur, non une suite peu intégrée d'AER organisées chacune autour d'une



question *isolée*, dont le choix, extrinsèque, resterait entièrement à la charge du professeur (éventuellement en dialogue avec la classe), mais un petit nombre de suites d'AER intégrées au sein de ce qu'on nommera un PER, un *parcours d'étude et de recherche* engendré par une « grande » question, c'est-à-dire par une question ayant un *fort pouvoir générateur*, et qui va donc *motiver*, au plan de la connaissance, l'étude de beaucoup de questions. À titre d'exemple, considérons la figure ci-contre, sur laquelle $\widehat{ABC} = 90^\circ$ et $BC = 1$; on voit aisément qu'on a $AC = \sqrt{3}$. On a ainsi « *construit graphiquement* » le nombre $\sqrt{3}$, et on obtient alors une valeur décimale approchée de ce nombre *par une*

¹² Sur la notion d'AER, voir la notice *Première rentrée des classes*.

simple mesure de longueur. Cet exemple illustre de manière simplifiée ce qu'on nommait autrefois **calcul graphique**, domaine des mathématiques appliquées aujourd'hui presque oublié mais qui, pendant plus d'un siècle à partir de 1860, permit aux ingénieurs d'effectuer graphiquement des calculs en tous genres (évaluation de fonctions, calcul d'intégrales, résolution de systèmes d'équations, etc.). En 4^e, notamment, on peut se proposer un parcours d'étude et de recherche portant sur la question de la construction d'un « calculateur graphique », c'est-à-dire visant à développer un ensemble d'**algorithmes géométriques** permettant d'effectuer graphiquement les principaux types de calculs rencontrés à ce niveau. Sur la figure ci-dessous, à gauche, on a ainsi « construit », à titre d'exemple, sur papier quadrillé, le nombre $AX = \frac{2}{3} \times 7,8$; tandis que, sur la figure de droite, on a construit, sur papier blanc, le nombre $x = \frac{4,3^2}{5,2}$.



À partir du calculateur graphique peu à peu construit, on pourra fabriquer un calculateur **électronique** en utilisant un logiciel de géométrie dynamique tel Géoplan : il suffit pour cela d'exécuter sur Géoplan l'algorithme géométrique trouvé, puis de demander au logiciel de mesurer la distance voulue. Mais on notera surtout que l'étude de la question génératrice du PER – comment calculer graphiquement ? – engendre nombre de questions qu'il peut être pertinent d'étudier en 4^e (ou en d'autres classes). Ainsi apparaît « naturel », dans ce PER, de se demander quels entiers naturels n s'écrivent comme une **somme** de deux carrés d'entiers ($n = x^2 + y^2$) : si par exemple on cherche à « construire » le nombre $\sqrt{202}$, on observera que $202 = 11^2 + 9^2$ et il suffira alors de mesurer, sur une feuille de papier d'écolier, la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle ont pour longueur 11 cm et 9 cm. On justifierait de semblable façon le fait de s'interroger¹³ sur la nature des entiers n qui s'écrivent comme une **différence** de carrés d'entiers ($n = x^2 - y^2$). Bien entendu, le fait de prendre la décision de lancer la classe dans l'étude de telle question poussée en avant par l'étude de la question à l'origine du PER, ou le fait, cette étude amorcée, de l'interrompre à tel moment, incombe en dernier ressort au professeur, agissant en directeur d'étude selon les principes indiqués plus haut.

3. Le programme, l'élève et le temps de l'étude

3.1. Le professeur ne se contente pas de « séquencer » la matière à enseigner à l'échelle de l'année, du trimestre, du mois, de la semaine : son magistère s'étend jusqu'à l'**heure** de classe, qu'il doit programmer minutieusement. Cette organisation de l'étude, qui fait du professeur le « maître du temps » – le « chronomaître » –, rend l'élève très fortement **dépendant du professeur**. À chaque instant, en effet, l'élève ignore **ce qu'il aura à faire la minute d'après**, parce que cela dépend à peu près sans partage du professeur, qui sait seul ce qui viendra **après**, ce qu'on fera dans la classe **ensuite**. Nulle part ailleurs sans doute, en aucune des institutions de la vie ordinaire, l'aliénation temporelle de l'individu n'atteint une telle extrémité ! Dans les contrats didactiques modernes, l'absence de contrôle

¹³ Cette dernière question peut être étudiée en 4^e : on montre aisément que les entiers en question sont les entiers impairs et les entiers multiples de 4. La première, en revanche, ne peut guère être étudiée très avant (on démontre que les entiers cherchés sont ceux dans la décomposition en facteurs premiers desquels les facteurs premiers congrus à 3 modulo 4 sont affectés d'un exposant *pair*) ; mais ce n'est pas une raison pour ne pas la poser, et l'étudier quelque peu, si elle se présente.

sur l'avancée du temps didactique caractérise ainsi la position de l'élève, ce qui va de pair, presque mécaniquement, avec une **grande sensibilité** des élèves aux manquements éventuels du professeur en la matière. Ainsi les élèves (et leurs parents) sont-ils portés à s'enquérir régulièrement de l'état d'avancement de l'étude, pour s'assurer que le programme est effectivement traité. Si on la rapporte aux prérogatives magistrales, presque absolues en ce domaine, il s'agit là d'une surveillance **minimale**, que le professeur ne saurait légitimement refuser. Tout à l'inverse, il convient de faire droit à l'exigence démocratique de **publicité des programmes d'études** (annuel, hebdomadaire, etc.), qui, du même mouvement, allège la dépendance temporelle de l'élève et permet que se formule le pacte d'instruction rassemblant parents, professeurs, élèves dans un projet d'étude partagé.

3.2. Dans cette perspective, l'une des premières tâches des équipes pédagogiques consiste à présenter aux élèves (et, du moins au collège, à leurs parents) le programme d'études de l'année¹⁴. Cette présentation, qui gagne à être conduite collectivement pour **l'ensemble des élèves d'un même niveau de classe**, peut comporter différents éléments : présentation, s'il existe, du **livret de niveau** de l'établissement (livret de Quatrième, etc.), des équipes pédagogiques, des objectifs de formation, des dispositifs où les élèves seront amenés à travailler au sein de l'établissement, ainsi que leurs fonctions didactiques principales ; présentation aussi du travail demandé hors de l'établissement, des modalités d'évaluation, des procédures d'orientation, et, bien sûr, des emplois du temps des différentes classes du niveau concerné¹⁵. Dans tous les cas, le programme doit jouir d'une **forte publicité au sein de la classe**, par affichage lorsque c'est possible, et, dans tous les cas, par diffusion aux élèves d'une version adaptée servant de support à **un repérage collectif régulier** de l'avancée de l'étude, repérage permettant à la classe de situer le **travail accompli** et **celui qui reste à accomplir**, et contribuant par là à relancer dans la classe le pacte d'instruction.

3.3. Au-delà du programme de travail de l'année, il convient encore de présenter aux élèves le programme de travail **de périodes de temps plus restreintes**. Il n'était pas rare autrefois de voir l'instituteur expliciter le programme de la **journée**¹⁶. Une telle pratique semble trouver moins facilement sa place lorsque la durée de la séance est inférieure à la demi-journée ; *a fortiori* peut-elle paraître déplacée dans une séance de durée inférieure à l'heure ! Même dans ce cas pourtant, on doit regarder comme une saine pratique le rituel consistant à **lancer la séance** en en présentant d'abord rapidement le « menu » – et cela par exemple de vive voix, tout en notant ou en faisant noter par un élève, dans un coin du tableau, et pour mémoire, quelques mots clés. À plus forte raison procèdera-t-on à la présentation du programme de travail de la **semaine** : elle se fera par exemple en début de semaine, le rituel précédemment évoqué ayant alors pour objet, en chaque séance, de rappeler et de préciser la partie du programme de la semaine à réaliser durant la séance qui commence.

3.4. À tout programme de travail – qu'il soit relatif à une heure de classe, à une semaine entière, ou à quelque autre unité de temps – doit correspondre une phase de **bilan** proportionnée au travail accompli, qui permette de **faire le point** et prépare ainsi l'effort de **synthèse**¹⁷. Pour ce faire, on peut notamment, au collège comme au lycée, utiliser le **cahier de textes de la classe**, dont le contenu pourra être, une fois par semaine par exemple, **revu et complété collectivement**, sous la direction du professeur, à partir notamment de l'ensemble des traces écrites (cahiers et cahiers de textes des élèves, etc.) du travail réalisé dans la période écoulée, avec pour objectif traditionnel, aujourd'hui bien oublié, d'aider élèves, parents et... professeurs à se situer par rapport à l'avancée de l'étude, comme le rappelait jadis la circulaire du 3 mai 1961¹⁸ :

¹⁴ Ce souci n'est pas nouveau : en 1925, Anatole de Monzie, premier « ministre de l'Éducation nationale » (et non plus « de l'Instruction publique »), signait un arrêté énonçant que les « programmes doivent être connus non seulement des administrateurs et des professeurs, mais encore, dans tous leurs détails, des familles et des élèves ». « Les administrations collégiales, ajoutait-il, veilleront à leur diffusion. »

¹⁵ On pourra se référer à cet égard au document *Qu'apprend-on au collège ?* déjà mentionné.

¹⁶ Le vendredi 9 mars 1888, à l'école de Biesles (Haute Marne), le programme de travail était ainsi le suivant : « *Matin* : Instruction morale : devoirs relatifs au corps / Copie de la rédaction / Histoire de France : Louis XIV / Devoir d'histoire de France. *Soir* : Lecture : Lyon le soir / Exercice de géométrie : tracé des tangentes / Exercice d'application / Écriture du cahier-journal ».

¹⁷ C'est sur un tel bilan, consigné par écrit dans le « cahier-journal », que s'achevait il y a un peu plus d'un siècle la journée de travail à l'école primaire de Biesles...

¹⁸ Pour le texte complet de cette circulaire, voir le document *Circulaire du 3 mai 1961 sur le cahier de textes*.

Un cahier de textes bien tenu est, pour l'élève, l'instrument premier de tout travail personnel efficace. Le cahier de textes de classe, qui sert avant tout de référence aux cahiers de textes individuels, et doit être, de façon permanente, à la disposition des élèves qui peuvent à tout moment s'y reporter, assure en outre, dans l'esprit de la circulaire du 20 octobre 1952 la liaison entre les professeurs et les maîtres chargés des études surveillées. Il permet enfin, en cas d'absence ou de mutation d'un professeur de ménager une étroite continuité entre l'enseignement du maître précédent et celui de son suppléant ou de son successeur. À ces divers titres, cahiers de textes de classe et cahiers individuels doivent être complets, de maniement facile et exempts de fautes. Ils doivent refléter la vie de la classe et permettre de suivre avec précision la marche des études.

Un tel *travail de la mémoire*, qui rassemble la classe autour de son histoire en réduisant l'asymétrie structurelle entre professeur et élèves par rapport au temps de l'étude, et contribue à l'éducation des élèves à la citoyenneté et à la démocratie, peut prendre évidemment d'autres formes. On notera seulement, ici, le rôle que peuvent jouer, dans cette perspective, les *travaux individuels de rédaction*, en classe et *hors classe*, qui pourront avoir pour objet, à l'occasion par exemple de chaque période de vacances, de dresser l'inventaire « des choses faites et des choses qui restent à faire », à titre de préparation au *bilan de rentrée*, collectif, inaugurant la reprise de l'étude.

4. Transitions didactiques et reprises d'étude

4.1. La situation dominée des élèves par rapport à l'avancée de l'étude les porte à être vigilants : ils attendent en particulier du professeur *qu'il fasse avancer le temps didactique* ; et, s'il est vrai qu'ils s'entendent souvent à freiner cette avancée – en « traînant les pieds », en faisant de la résistance d'une manière ou d'une autre –, le professeur se méprendrait, au risque d'essuyer bientôt de vives critiques, voire de perdre une partie de sa légitimité, s'il succombait à la tentation de se rendre à ce type de sollicitations, alors que les élèves attendent de lui qu'il avance *en dépit même des ralentissements qu'ils cherchent à lui imposer*.

4.2. Une telle attente est à l'évidence antinomique de la pratique des *révisions systématiques*. Longtemps, il est vrai, les programmes officiels ont prescrit la révision – augmentée de compléments – d'une partie du programme de la classe précédente avant d'aborder le « programme particulier à la classe ». Tout aussi officiellement, pourtant, de telles révisions sont aujourd'hui *proscrites*. « Il convient, énonçait ainsi d'emblée l'ancien programme de 6^e, de faire fonctionner, à propos de nouvelles situations et autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision, les notions et “outils” mathématiques antérieurement étudiés. » L'injonction est reprise dans l'*Introduction générale pour le collège* qui ouvre la brochure présentant le nouveau programme de mathématiques du cycle central, où on lit¹⁹ : « Il convient de faire fonctionner les notions et “outils” mathématiques étudiés au cours des années précédentes dans de nouvelles situations, autrement qu'en reprise ayant un caractère de révision. En sixième, particulièrement, les élèves doivent avoir conscience que leurs connaissances évoluent par rapport à celles acquises à l'école primaire. » Ignorant sur ce point les instructions officielles, nombre de professeurs débutants semblent enclins à commencer l'année par des révisions systématiques, qu'on a vu parfois se prolonger jusqu'aux premières vacances scolaires de l'année ! Plusieurs facteurs concourent sans doute à nourrir ces errements : souci de « rassembler » la classe (par exemple lorsqu'il s'agit d'une 2^{de}, formée d'élèves qui, provenant de différents collèges, tendent à constituer au sein de la classe autant de « clans » qui s'ignorent, voire se combattent), mais aussi désir plus ou moins inconscient de captation des élèves, à qui le professeur, fût-ce à son insu, signifie ainsi que « la vie commence avec lui » (ce que certains élèves peuvent vivre d'ailleurs comme une forme subtile d'agression narcissique). À cela il faut ajouter que la pratique des révisions permet au professeur novice de différer le moment où il devra affronter, au double plan psychologique et technique, la difficile tâche consistant à *créer du temps didactique* : dans les révisions, en effet, de même par exemple que dans les leçons particulières (qui constituent fréquemment la seule expérience de direction d'étude du professeur novice), on travaille sur du temps didactique *créé par d'autres*, et on n'a donc pas véritablement à créer du temps didactique *ex nihilo*. Par contraste, la fonction chronogène qu'assume normalement le professeur ayant la responsabilité d'une classe apparaît alors comme extrêmement exigeante : elle appelle un effort didactique et psychologique non négligeable.

¹⁹ Voir le document *Mathématiques en 5^e et 4^e*, p. 7.

4.3. Le problème des révisions surgit notamment lorsque, dans une classe donnée, le programme comporte un thème θ *déjà en partie étudié* dans les classes précédentes, c'est-à-dire lorsqu'il y a *reprise de l'étude* du thème θ , celui-ci apparaissant donc à nouveau comme un *enjeu didactique*. Dans un tel cas, la stratégie officiellement préconisée, qui, de manière plus ou moins subreptice, permet la poursuite de l'*apprentissage* du thème θ par son activation dans le cadre de l'étude de thèmes $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ *nouvellement étudiés*, cesse d'être appropriée puisqu'elle suppose précisément que θ n'est *plus* un enjeu didactique. Or les situations de *reprise d'étude* sont aujourd'hui fréquentes dans le curriculum secondaire, dans la mesure notamment où les programmes sont conçus dans une perspective progressive, l'étude d'un thème introduit dans une classe se poursuivant en général dans la classe suivante, voire au-delà. Dans un tel cas, la mise en évidence de ce qu'il y a de *nouveau* dans l'étude du thème θ , c'est-à-dire de ce qui constitue véritablement l'enjeu didactique autour duquel le travail va se développer dans la classe constitue *un élément crucial de la direction d'étude*. Deux principes s'imposent notamment au professeur à cet égard. Tout d'abord, il doit se garder de reprendre *ab initio* l'étude du thème θ et s'efforcer au contraire de faire apparaître ce qui, de θ , est réellement neuf, et se trouve donc *à étudier*, par rapport à ce qui est *ancien* et ne saurait plus être légitimement étudié dans *cette* classe : objectivement, en effet, du temps didactique a été dépensé dans la classe précédente sur le thème θ , et le redoublement de cette dépense dans la classe, *sans acquis nouveau*, ou du moins sans que cette reprise soit présentée comme un *rappel* visant la remémoration collective de faits déjà rencontrés, constitue alors, aux yeux des élèves, un gaspillage de temps – sentiment qui s'exprime le plus souvent par une certaine inattention, un brouhaha persistant, voire des propos implicitement ou explicitement protestataires : « L'an dernier c'est pas comme ça qu'on faisait ! », « M'sieur, on l'a déjà fait ! », etc. Ensuite, il convient de faire que les élèves qui ne maîtriseraient pas l'*ancien* de manière satisfaisante puissent se mettre à jour sur ces parties du thème qui ne peuvent plus légitimement recevoir le statut d'enjeu didactique dans le travail de la classe. Si la *responsabilité didactique* de l'élève vis-à-vis de ses propres apprentissages est, ici comme en d'autres circonstances, pleinement engagée, le professeur n'est pas pour autant déchargé de toute responsabilité : il lui incombe de prendre sa part dans la gestion de cette reprise d'étude. Lorsque les élèves arrivent dans la classe, le thème θ ne leur est pas inconnu : le problème didactique posé au professeur est alors celui, non du *recommencement*, mais *de la reprise et de la poursuite* de l'étude du thème.

4.4. Le premier souci à cet égard doit être de *repérer le tracé de la « frontière »* entre les classes successives relativement au thème considéré. À titre d'illustration, on prendra ici pour thème θ étudié dans la classe, mais ayant déjà été étudié dans les classes antérieures, le thème des *inéquations du premier degré à une inconnue* en classe de 2^{de}. Le programme de 3^e prescrit l'étude des inéquations ou des systèmes d'inéquations à une inconnue et à coefficients numériques, en précisant toutefois que « l'étude du signe d'un produit ou d'un quotient de deux expressions du premier degré de la même variable est, elle, hors programme ». En 2^{de}, en revanche, le programme parle d'utiliser « un tableau de signes pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction » : la frontière passe ici *entre premier degré et degrés supérieurs*. Le professeur est alors confronté à un problème didactique non trivial, celui de l'articulation de l'étude qu'il doit impulser dans la classe avec le travail déjà réalisé dans la classe précédente sur le thème étudié. Le scénario consistant à tout reprendre *ab ovo* ne saurait évidemment être retenu : dans le cas des inéquations, un tel scénario conduirait en effet, par exemple, à partir d'inéquations telle $2x < 6$, pour arriver, après divers intermédiaires, à des inéquations du type $5 + 6x > 0$, pratique qui, lorsqu'elle n'est pas repoussée par les élèves ainsi qu'on l'a dit, est propre à leur instiller le goût légèrement pervers des répétitions vécues passivement.

4.5. Le problème didactique que le professeur doit chercher à résoudre comporte alors deux difficultés. Tout d'abord, il lui faut explorer et identifier, avec les élèves, leurs *besoins d'étude* – leurs besoins *didactiques* – relativement au thème considéré. Ensuite, une fois ces besoins didactiques reconnus par le professeur comme par les élèves, il devra concevoir et animer le travail permettant de les satisfaire, et cela en évitant bien entendu la reprise générale de l'étude du thème considéré. La détermination des besoins didactiques des élèves relativement à un thème d'étude peut se faire par la technique du *test d'entrée dans l'étude du thème* – test qui constitue le pendant des classiques *devoirs de contrôle* (« interrogations écrites », « devoirs surveillés », etc.), lesquels portent généralement sur des types de problèmes récemment étudiés et constituent des tests *de sortie* de l'étude des thèmes figurant au

programme du contrôle²⁰. Un test d'entrée peut prendre la forme d'une épreuve de 15 à 20 minutes, phase de travail *individuel écrit* suivie d'une phase de travail *collectif* en classe, immédiatement, ou lors de la séance suivante. La phase de travail individuel écrit apparaît *indispensable* pour que l'élève puisse apprécier par lui-même sa capacité – ou son incapacité – à s'affronter avec succès aux types de tâches mathématiques proposés. Ce travail écrit peut faire l'objet d'une double évaluation. L'évaluation réalisée *par l'élève*, qui appréciera ainsi sa capacité à résoudre les problèmes des types proposés, pourra être consignée sur la copie, au moment où le professeur met un terme à la session de travail individuel écrit, et être exprimée sur une échelle en quelques points (par exemple : très faible, insuffisant, moyen, satisfaisant, très satisfaisant). L'évaluation réalisée *par le professeur* pourra, quant à elle, se traduire par une note chiffrée, dont le poids dans la série des notes attribuées à l'élève devra cependant rester *très limité*.

4.6. Le test d'entrée doit permettre à l'élève et au professeur d'apprécier la maîtrise réelle qui est celle de l'élève sur les types de problèmes situés *à la frontière* entre l'une et l'autre classes. D'une manière générale, la principale difficulté de fabrication d'un tel test est liée à la contrainte de temps : parce qu'il doit *relancer* l'étude, et non l'arrêter durablement, un test d'entrée, on l'a dit, doit être *bref*. Cette exigence conduit à renoncer à représenter, dans l'échantillon de tâches mathématiques proposées, *l'ensemble* des types de tâches qui ont pu être rencontrés dans les classes précédentes, et à s'en tenir à *quelques* spécimens de difficulté graduée. S'agissant du thème des inéquations du premier degré à une inconnue et de la classe de seconde, on pourra ainsi envisager le test ci-après.

Résoudre les inéquations et systèmes d'inéquations suivants, en représentant chaque fois l'ensemble des solutions sur une droite graduée : a) $-5x - 2 < 0$; b) $1 - 4x > -5x$; c) $\frac{12x + 7}{5} > x - 1$; d) $\begin{cases} 2x - 8 < 5x + 13 \\ 4x - 23 \leq 10 + x \end{cases}$

Le test d'entrée proposé en exemple rappelle en outre que la gradation dans la difficulté ne saurait partir du niveau de difficulté *le plus faible*, ainsi qu'on le ferait avec des commençants « absolus » : l'inéquation $3x + 4 > 10$, et même encore l'inéquation $3x + 6 > 10$, n'a *en principe* pas sa place dans un test d'entrée à proposer en 2^{de}. Inversement, on devra en général renoncer à faire figurer les problèmes les plus mangeurs de temps, comme le sont généralement les problèmes de *modélisation* par exemple.

4.7. Un test d'entrée n'est qu'un élément de *l'organisation d'ensemble* de l'entrée dans l'étude du thème. Censé permettre la détection – et l'auto-détection – des élèves présentant un *déficit net* sur le thème considéré, il ne vise pas à contrôler les élèves sur *l'ensemble* des points sensibles du thème. En fait, le test doit simplement éclairer le professeur (et les élèves) sur l'action à engager, laquelle peut consister : 1) à ne rien faire de plus, et à aborder *sans attendre* l'étude de ce qui est vraiment nouveau ; 2) à proposer à *certaines* élèves, supposés en petit nombre et pour lesquels la chose semble s'imposer, un *travail personnel adapté*, et ne reprendre l'étude *collective* du thème que quelques jours plus tard ; 3) à diriger en classe entière, ou, de manière plus ciblée, dans un cadre approprié (en module, s'il s'agit d'une 2^{de}, par exemple), un *travail transitionnel spécifique* sur le thème à étudier. Dans les deux derniers cas évoqués, les types de problèmes laissés volontairement de côté lors du test d'entrée pourront être spécialement travaillés : ainsi en ira-t-il, s'agissant du thème des inéquations en 2^{de}, avec les problèmes de modélisation algébrique élémentaire. Dans le deuxième cas, on notera que, même aidé, le travail personnel demandé à l'élève suppose de sa part une certaine *autonomie didactique*, en même temps qu'il engage clairement sa *responsabilité didactique et citoyenne*, l'élève devant en effet s'efforcer de *ne pas retarder trop l'avancée du temps didactique* dans la classe. Le délai de quelques jours entre le travail d'évaluation et de bilan, d'une part, et la poursuite collective de l'étude, d'autre part, assume à cet égard une fonction clairement symbolique, en ce qu'il manifeste que la classe *attend* les élèves en retard, et en même temps que cette attente ne saurait se prolonger indûment.

²⁰ On se gardera, en revanche, d'utiliser tout au long de l'année les résultats d'évaluations, nationales ou non, réalisées en début d'année – ce qui reviendrait, *volens nolens*, à regarder l'élève comme *figé dans un état quasiment indépassable*. Il est donc inapproprié de vouloir faire l'économie de tests d'entrée thématiques successifs en prétendant juger de la compétence *actuelle* de l'élève (au mois de février par exemple) sur un sujet d'étude donné à partir d'une performance *passée* (réalisée au mois de septembre par exemple) sur un sujet d'étude voisin, comme si sa contre-performance éventuelle en début d'année disait la vérité de l'élève et scellait son destin mathématique pour une période indéfinie.

4.8. L'organisation propice au travail personnel adapté suppose un dispositif approprié, et trois scénarios peuvent à cet égard être par exemple envisagés : 1) le professeur fournit aux élèves concernés une ou plusieurs **feuilles de travail** qu'il a préparées dans ce but et qui seront le support du travail personnel demandé ; 2) il peut aussi remplacer une telle production spécifique par un **choix d'exercices** que l'élève ira découvrir dans un ou plusieurs ouvrages à consulter au CDI (on préférera pour cela des ouvrages simples et concis, qui marquent assez nettement une situation de transition par rapport à la classe précédente) ; 3) il peut enfin diriger les élèves concernés vers un dispositif de travail approprié, fonctionnant comme un « **atelier de mise à jour** »²¹.

4.9. Dans le cas où le professeur décide de diriger un travail transitionnel spécifique pour **l'ensemble** de la classe, les élèves pourront, dans le cadre des **modules**, avoir à mener à bien soit un travail **de développement**, réservés aux élèves les plus déficitaires, soit un travail **de mise au point**, pour les élèves ayant une maîtrise du thème jugée suffisante. La cohésion didactique de la classe peut alors être assurée, par exemple, d'une part en utilisant dans le travail de mise au point le même matériel que celui utilisé dans le travail de développement, mais en moindre quantité et augmenté de quelques exercices simples de modélisation, d'autre part en demandant aux élèves engagés dans un travail de développement, éventuellement groupés en binômes pour certains d'entre eux, de remettre, dans la semaine qui suit, un travail écrit présentant la solution des exercices complémentaires étudiés en « mise au point », devoir pour lequel chacun des élèves ou des binômes reçoit l'aide de l'un des élèves ayant participé au travail de mise au point.

4.10. Un tel travail transitionnel spécifique portera sur les types de problèmes situés à la frontière avec la classe précédente et aura prioritairement pour objet de travailler et de « faire travailler » la technique standard correspondante mise en place dans cette classe, si une telle technique canonique existe ; ou, dans le cas contraire, de rassembler la classe autour d'une technique dont il apparaît que, à un titre ou un autre, **elle a un avenir** dans la suite de l'étude. Dans tous les cas, on s'efforcera d'enrichir la technique travaillée de variantes diverses qui fourniront notamment des moyens **d'anticipation** et de **contrôle**, en vue d'aller collectivement vers une meilleure maîtrise des types de problèmes considérés. La transition didactique faite, la classe pourra s'attaquer à ce qu'il y a de vraiment nouveau dans le programme de l'année, en prenant appui sur la technique travaillée jusque-là, et en essayant alors d'en étendre la portée aux cas nouvellement rencontrés. Pour résoudre l'inéquation

$$(3x-1)(x+1)(2x+1) > 0,$$

on peut par exemple écrire l'expression donnée sous la forme suivante :

$$6[x - (-1)][x - (-1/2)][x - 1/3].$$

Cette forme algébrique fait apparaître immédiatement les valeurs de x où l'expression change de signe (à savoir -1 , $-1/2$, $1/3$) ; comme, pour $x = 1$, l'expression figurant au premier membre est positive, on peut conclure aussitôt qu'on a

$$S =]-1 ; -1/2[\cup]1/3 ; +\infty[.$$

Cette technique fait l'économie du tableau de signes, qui n'est nullement indispensable au plan **technique**²².

4.11. L'obligation de créer du temps didactique ne doit pas conduire à oublier que l'étude est un moyen au service d'une fin : **l'apprentissage**. Si le temps didactique impulsé par le professeur fixe un cadre collectif de progrès, c'est bien le travail des élèves qui peut faire que les **temps de l'apprentissage** apparaissent globalement **en phase** avec l'avancée officielle de l'étude, dont le professeur reste le garant. À cet égard, l'exigence contractuelle d'un temps didactique séquentiel et irréversible ne doit pas être plaquée mécaniquement sur les processus effectifs d'apprentissage, qui se développent au contraire **dans un décalage nécessaire avec l'actualité didactique officielle**, et où triomphent **travail d'après-coup** et **retours en arrière**. Les dynamiques cognitives individuelles se

²¹ En classe de seconde, ce dispositif peut être identifié aux séances d'**aide individualisée** (AI).

²² L'actuel programme de 2^{de} regarde toutefois comme une « capacité attendue » le fait de savoir « utiliser un tableau de signes pour résoudre une inéquation ou déterminer le signe d'une fonction ». Un tel tableau n'est vraiment utile que lors de la phase **de découverte et d'exploration** du phénomène mathématique essentiel – le changement de signe de l'expression examinée lorsqu'on franchit une des « valeurs critiques », telles -1 , $-1/2$, $1/3$ dans le cas précédent.

cachent souvent derrière un certain immobilisme apparent ; l'apprentissage se réalise bien rarement « en temps didactique réel », et le professeur ne saurait donc se contenter d'être l'ordonnateur du temps didactique officiel. Il est tout autant un *aide à l'étude* qui, à travers divers dispositifs didactiques (modules, soutien, etc.), contribue de manière décisive à favoriser la mise en accord du temps individuel de chaque « apprenant » avec le temps collectif de l'étude.